

# Hodnocení bakalářské práce – oponent

<b>Autor hodnocení:</b>	Ing. Jan Zapletal, Ph.D.
<b>Vedoucí bakalářské práce:</b>	doc. RNDr. Jiří Bouchala, Ph.D.
<b>Oponenti:</b>	Ing. Jan Zapletal, Ph.D.
<b>Téma:</b>	Numerické řešení okrajových úloh pomocí metody hraničních prvků
<b>Verze ZP:</b>	1
<b>Student:</b>	Bc. Tomáš Kalínek

## 1. Splnění požadavků zadání.

Práce se zabývá řešením Laplaceovy rovnice na neomezených oblastech pomocí metody hraničních prvků. Autor uvádí přehled základních poznatků z teorie hraničních integrálních rovnic, komentuje jejich diskretizaci pomocí kolokační metody a v závěru prezentuje výsledky numerických experimentů. Bohužel se nevěnuje Galerkinově metodě a zadání práce je tedy splněno jen částečně.

## 2. Hodnocení formální stránky závěrečné práce.

Čtenáře uvítá originální a nepříliš vyvedené pojetí anglické verze abstraktu - necítí-li se autor v angličtině jistě, není od věci překladař konzultovat s někým znalým.

Samotná práce je členěna do několika logicky uspořádaných částí. V úvodní kapitole student čtenáře seznamuje s úlohami, kterými se dále zabývá, a uvádí základní vlastnosti fundamentálního řešení Laplaceovy rovnice. Bohužel již zde se student dopouští několika nepřesností a překlepů - zmiňme alespoň záměnu Laplaceova operátoru za nelineární diferenciální operátor ze strany 12.

Ve třetí kapitole autor odvozuje Greenovy formule a uvádí větu o třech potenciálech, která je základním stavebním kamenem přímé metody hraničních prvků.

Čtvrtá kapitola se dále věnuje potenciálům jednoduše vrstvy a dvouvrstvy, autor shrnuje vlastnosti, které umožňují aplikovat operátor stopy na reprezentační větu. Samotná definice potenciálů je ovšem chybná, autor nahradil fundamentální řešení jinou funkcí. Z nesčetných překlepů uvedme alespoň 'Necht'  $\Omega$  omezená oblast je omezená oblast...'.  
'Necht'  $\Omega$  omezená oblast je omezená oblast...'

V páté kapitole student uvádí hraniční formulace uvažovaných úloh. Zároveň ovšem rozšiřuje seznam překlepů a nepřesností:

- \* např. neplatí tvrzení z kapitoly 5.1, že pro každou funkci dvakrát spojitě diferencovatelnou na doplňku omezené oblasti platí  $\lim_{|x| \rightarrow \infty} u(x) = \text{konst.}$ ,
- \* operátory  $V$  a  $K$  jsou integrálními operátory, autor však těmito symboly označuje pouze integrandy,
- \* Neumannova podmínka je v kapitole 5.2 zaměněna za Newtonovu,
- \* student uvádí, že  $\omega$  nemá vliv na řešení Neumannovy úlohy, což není pravda - při změně této konstanty dojde k posunu řešení, podmínka  $\omega = 0$  pouze zaručuje jednoznačnou řešitelnost úlohy.

Šestá kapitola se zaměřuje na numerické řešení dříve prezentovaných hraničních integrálních rovnic. Autor se zaměřuje na kolokační metodu, Cauchyho data aproximuje po částech konstantními funkcemi. Tento přístup je nejjednodušší možnou diskretizací, neboť jednotlivé hraniční integrály jsou singulární pouze při integraci přes element obsahující kolokační bod. V případě Galerkinova přístupu, kterým měl student navázat, je třeba navíc správně ošetřit integraci přes sousedící elementy. Tato kapitola obsahuje nejvíce nepřesností, jmenujme alespoň tyto:

- \* na prvních dvou stranách autor několikrát opakuje větu o diskretizaci oblasti ("hranici rozsekáme na konečný počet úseček", "diskretizujeme hranici pomocí konečných, navzájem se neprotínajících úseček...", "Hranice se diskretizuje soustavou ... úseček", "hranici nahradíme systémem úseček"),
- \* student používá zajímavého značení  $\Gamma_i$  v  $y$ , ani z kontextu není zcela zřejmé, co se snaží říci,
- \* diskretizace hraničního integrálu na straně 21 není definicí integrálu prvního druhu, jak autor tvrdí,
- \* na straně 22 autor opět několikrát opakuje stejná tvrzení ("řešením úlohy budou nespojitě, p.č. konst. funcce" + "jako výsledek dostaneme aproximaci neznámé funkce, která je nespojitá, p.č.

konst.", doslova se opakuje věta "v částech hranice  $\Gamma$  hodnoty  $\sigma$  odpovídají..."),

\* ve vzorci (18) chybí báze funkce  $x_i$ ,

\* matice A je občas značena jako a,

\* vzorec (20) nezapadá do okolního textu,

\* v koeficientech  $a_{i,j}$  autor někdy zahrne konstantu  $1/2\pi$ , jindy na ni zapomene,

\* v prvním vzorci na straně 25 je pro změnu o jeden logaritmus navíc,

\* těžko říci, co znamená "stanovit parametrizaci y"

\* přechod ze soustavy (25) na (26) není korektní - pro ekvidistantní dělení (ne ekvidistantní vzdálenosti, jak autor uvádí) je opravdu možné poslední řádek matice A vydělit délkou elementu, je ovšem třeba stejným způsobem ošetřit vektor neznámých,

\* symboly sumace ve druhém vysázeném vzorci na straně 28 postrádají smysl,

\* matice soustavy pro Neumannovu úlohu nejsou zapsány správně, namísto hodnot -1 na diagonále by se zde měly objevit hodnoty  $-\pi$ ,

\* symbolem N je označen počet úseček i vektor pravých stran.

Sedmá kapitola dílo završuje numerickými experimenty. Konvergenční testy ukazují, že popisovaná metoda je zřejmě naimplementována správně. Autor se ovšem omezuje na testy na oblastech tvaru obdélníka, přechod na obecné 2D oblasti by však studentu numerické matematiky neměl činit větších obtíží. Naopak, domnívám se, že zobecnění v tomto směru přinese spíše zjednodušení kódu. V textu se opět nachází několik zaváhání:

\* odkaz na neexistující tabulku 7.3.1 a úlohu 7.3,

\* množina  $\Omega_1$  není podle uvedené definice oblastí,

\* autor zaměňuje pojmy integrál a integrand,

\* větu "Neznámé hodnoty ... dosadíme do" zřejmě autor chápe jako kvíz pro čtenáře, neboť její dokončení není součástí práce,

\* relativní  $L^2$  chyba by se pro ekvidistantní dělení a p.č. konst. aproximaci dat neměla lišit od uvedené normy euklidovské, v tabulce 4 se jejich hodnoty liší řádově.

### 3. Hodnocení výsledků závěrečné práce.

Student nastudoval a v práci uvedl známé výsledky z teorie hraničních integrálních rovnic a metody hraničních prvků. Nutno podotknout, že zvolené téma bakalářské práce není v žádném případě triviální. Samotné nastudování problematiky není pro studenta bakalářského oboru ničím jednoduchým, při implementaci je třeba vypořádat se s integrací singulárních integrálů. Práci bohužel shazuje celá řada nejasných formulací, překlepů a chyb, a v předložené formě neodpovídá požadovanému standardu.

### 4. Hodnocení práce z hlediska přínosu nových poznatků.

Práce je kompilačního charakteru, hlavním přínosem pro autora je seznámení se s metodou hraničních integrálních rovnic a metodu hraničních prvků. Student může nabytých zkušeností využít při dalším studiu pro řešení náročnějších úloh ve 3D.

### 5. Charakteristika výběru a využití studijních pramenů.

Autor v závěru shrnuje sedm literárních pramenů. V samotné práci ovšem cituje pouze dva z nich, není tedy zcela zřejmé, kde těchto zdrojů využil. Při analytickém výpočtu singulárních integrálů například není jasné, jedná-li se o samostatnou práci studenta, či o převzetí z uvedených děl.

### 6. Otázky k obhajobě.

Proč je rozumné pro zajištění jednoznačnosti řešení Dirichletovy úlohy uvažovat rovnici na spodním konci strany 21, tedy  $\int_{\Gamma} du/dn = 0$ ?

### 7. Souhrnné hodnocení.

Jak bylo uvedeno výše, zvolené téma není pro bakalářského studenta triviálním. Na druhou stranu je třeba vzít v potaz pouze částečné splnění zadání. Pokud by byla odevzdaná práce psána na úrovni, neměl bych větších potíží ji i přesto doporučit k obhajobě (ač se sníženým hodnocením). Předloženou verzi však z výše uvedených důvodů pokládám pouze za koncept, který po budoucích konzultacích s vedoucím povede k finálnímu obhajitelnému textu.

**Celkové hodnocení: nevyhověl**