

# ROZBOR ČINNOSTI SÉRIOVO-PARALELNÉHO REZONANČNÉHO MENIČA PRACUJÚCEHO V NADREZONANČNEJ OBLASTI

## OPERATION ANALYSIS OF THE SERIES-PARALLEL RESONANT CONVERTER WORKING ABOVE RESONANCE FREQUENCY

P. Dzurko<sup>a)</sup>, J. Dudrik<sup>b)</sup>

<sup>a)</sup> *Schneider Electric Slovakia, Borekova 10, 82106 Bratislava,  
E-mail: [peter.dzurko@sk.schneider-electric.com](mailto:peter.dzurko@sk.schneider-electric.com), tel.: +421 2 45524010*

<sup>b)</sup> *Katedra elektrotechniky, mechatroniky a priemyselného inžinierstva, Technická univerzita v Košiciach,  
Letná 9, 042 00 Košice, E-mail: [jaroslav.dudrik@tuke.sk](mailto:jaroslav.dudrik@tuke.sk), tel.: +421 55 6022276*

**Abstrakt** Článok sa zaoberá teoretickým rozborom činnosti sériovo-paralelného meniča pracujúceho v nadrezonančnej oblasti. Sú odvodené základné rovnice pre jednotlivé intervaly činnosti. Na základe nich sú zostavené priebehy jednotlivých veličín v počas periódy činnosti meniča pri zaťažení aj v stave naprázdno. Priebehy je možné použiť na dimenzovanie jednotlivých častí meniča.

**Summary** The present article deals with theoretical analysis of operation of a series-parallel converter working above resonance frequency. Derived are principal equations for individual operation intervals. Based on these made out are waveforms of individual quantities during both the inverter operation at load and no-load operation. The waveforms may be utilised at designing the inverter individual parts.

### 1. ÚVOD

Sériovo-paralelný rezonančný menič ( obr.1) využíva výhodné vlastnosti sériového (schopnosť pracovať pri veľkých zaťaženiach, vrátane skratu), a paralelného meniča (dobré regulačné vlastnosti pri malých zaťaženiach, vrátane chodu naprázdno) bez ich charakteristických nedostatkov. Pri plnej záťaži a v stave nakrátko tvoria rezonančný obvod rezonančná indukčnosť  $L_S$  a kapacita  $C_S$ . Kapacita  $C_P$  je pripojená k relatívne malej impedancii, takže sa nedokáže uplatniť v rezonančnom obvode. Rezonančný prúd a teda aj záťažný prúd sú obmedzené prvkami  $C_S$ ,  $L_S$ . Vlastnosti meniča sú podobné ako v sériovom meniči. Naopak v stave naprázdno je menič vďaka kapacite  $C_P$  schopný regulácie, t.j. napätie na záťaži rastie len do hodnôt, ktoré sú určené pomerom rezonančnej a pracovnej frekvencie a pomerom kapacít  $C_S$  a  $C_P$  [1], [2], [3], [4], [5].

Sériovo-paralelný menič môže pracovať pri veľkých zmenách vstupného napätia a zmenách záťaže od stavu naprázdno až po plnú záťaž, a pritom dosahovať dobrú účinnosť.

V článku je urobený podrobný matematický rozbor sériovo-paralelného rezonančného meniča pracujúceho v nadrezonančnej oblasti. Základné priebehy meniča sú zobrazené na obr. 2.

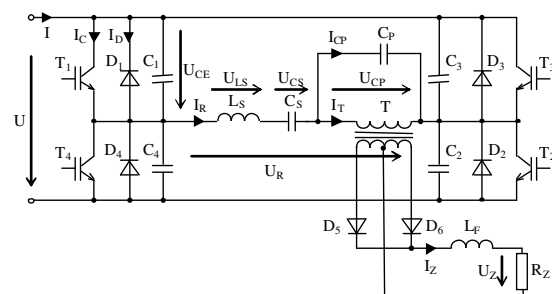
### 2. MATEMATICKÝ ROZBOR ČINNOSTI REZONANČNÉHO STRIEDAČA

Riešenie obvodu, t.j. priebehov jednotlivých veličín rezonančného obvodu, rozdelíme podľa priebehu prúdu na primárnej strane transformátora a napätia na spínačoch na jednotlivé intervaly. Keďže

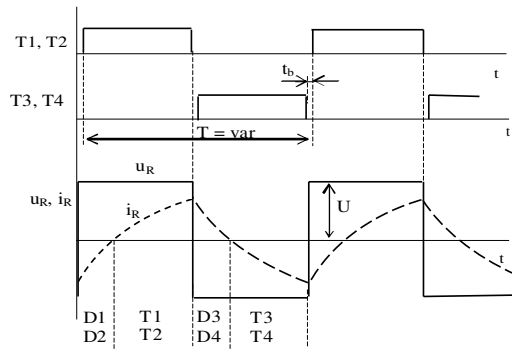
v oboch vetvách striedača prebiehajú rovnaké procesy, je možné urobiť teoreticky rozbor iba v jednej polperióde striedača. Riešenie bude uvedené pre nadrezonančnú oblasť a pre plný rozsah záťažného prúdu a pracovnej frekvencie.

Pre analýzu rezonančného striedača na obr.1 budeme uvažovať nasledujúce zjednodušujúce predpoklady [2]:

- napájací zdroj je ideálnym jednosmerným napäťovým zdrojom,
- všetky polovodičové súčiastky považujeme za ideálne – v priepustnom stave majú nulový úbytok napätia a v závernom resp. blokovacom stave nevedú prúd,
- všetky pasívne prvky sú ideálne, lineárne, časovo a tepelne nezávislé bez parazitných prvkov,
- odpory jednotlivých súčiastok sú zahrnuté do jedného spoločného odporu zapojeného do série s rezonančnými prvkami,
- záťaž má dostatočne veľkú indukčnosť, takže ju môžeme považovať za ideálny prúdový zdroj.



Obr.1. Sériovo-paralelný rezonančný menič  
Fig.1. Series-parallel resonant converter

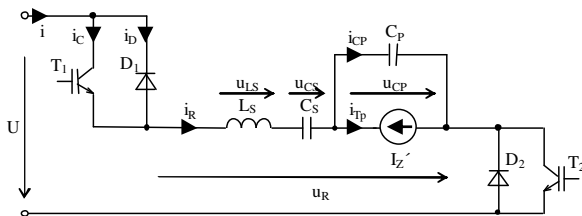


Obr.2. Základné priebehy meniča bez komutačných intervalov

Fig.2. Principal converter waveforms without commutation intervals

**Interval 1. ( $t_0-t_1$ ): Vedenie diód  $D_1-D_2$  a tranzistorov  $T_1-T_2$ .**

Náhradná schéma zapojenia popisujúca prvý interval je na obr.3 Interval začína v čase  $t_0$ , keď sú tranzistory  $T_1-T_2$  zapnuté riadiacim impulzom. Napätie jednosmerného zdroja sa objavuje na rezonančnom obvode a záporný rezonančný prúd tečúci diódami  $D_1-D_2$  začína vplyvom kladného napätia  $u_R$  klesať na nulu. Prúd záťaže prepočítaný na primárnu stranu transformátora predstavuje ideálny prúdový zdroj s hodnotou prúdu  $I_Z' = I_Z \cdot N_s / N_p$  (predpokladáme, že napätie, ktoré vyvolalo tento prúd  $u_{CP}$  je záporné (vid'. počiatočné podmienky)). Výstup striedača je teda možné v prvom intervale nahradiť zdrojom jednosmerného prúdu.



Obr.3. 1. interval ( $t_0-t_1$ ): vedenie diód  $D_1, D_2$  resp. tranzistorov  $T_1, T_2$

Fig.3. 1<sup>st</sup> interval ( $t_0-t_1$ ): Conductivity of diodes  $D_1, D_2$ , or of transistors  $T_1, T_2$

Počiatočné podmienky pre čas  $t=t_0$  sa vypočítajú z posledného intervalu zápornej polperiódy, t.j. v čase  $t=T$ , resp. môžeme ich definovať aj nasledujúcimi rovnicami (obr.8):

$$\begin{aligned} i_R(t_0) &= I_{Rmax} \sin(-\varphi) \\ i_{TP}(t_0) &= -I_Z' \\ u_{CP}(t_0) &= U_{CPmax} \sin(-\psi) \\ u_{CS}(t_0) &= U_{CSmax} \cos(-\varphi) \end{aligned} \quad (1)$$

Použitím prvého a druhého Kirchoffovho zákona dostaneme nasledujúce rovnice obvodu:

$$i_R(t) = i_{CP}(t) + i_{TP}(t) \quad (2)$$

$$U - u_{LS}(t) - u_{CS}(t) - u_{CP}(t) = 0 \quad (3)$$

Jednotlivé zložky napätí a prúdov z rovníc (2) a (3) je možné popísať diferenciálnymi rovnicami. Rovnice sa teda upravujú na nasledujúci tvar:

$$i_R(t) = C_p \cdot \frac{du_{CP}(t)}{dt} + I_Z' \quad (4)$$

$$U - L_s \cdot \frac{di_R(t)}{dt} - \frac{1}{C_s} \int i_R(t) dt - u_{CP}(t) = 0 \quad (5)$$

Riešením diferenciálnych rovníc (4) a (5) dostaneme vzťahy pre napätie  $u_{CP}(t)$  a prúd  $i_R(t)$ :

$$\begin{aligned} u_{CP}(t) &= \frac{U}{L_s \cdot C_p \cdot \omega^2} \cdot (1 - \cos(\omega t)) + \frac{i_R(t_0) - I_Z'}{C_p \cdot \omega} \cdot \sin(\omega t) + u_{CP}(t_0) \cdot \cos(\omega t) + \\ &+ \frac{u_{CP}(t_0)}{L_s \cdot C_s \cdot \omega^2} \cdot (1 - \cos(\omega t)) - \frac{I_Z'}{L_s \cdot C_s \cdot C_p \cdot \omega^2} \left( t - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} i_R(t) &= \frac{U}{L_s \cdot \omega} \cdot \sin(\omega t) + I_Z' \cdot (1 - \cos(\omega t)) - u_{CP}(t_0) \cdot C_p \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) + \\ &+ \frac{u_{CP}(t_0) \cdot C_p}{L_s \cdot C_s \cdot \omega} \cdot \sin(\omega t) - \frac{I_Z'}{L_s \cdot C_s \cdot \omega^2} \cdot (1 - \cos(\omega t)) + i_R(t_0) \cdot \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (7)$$

kde

$$\omega = \sqrt{\frac{C_s + C_p}{L_s \cdot C_s \cdot C_p}} \quad (8)$$

Ak poznáme rovnicu pre prúd  $i_R$  môžeme vypočítať napätia na sériových prvkoch  $u_{CS}(t)$  a  $u_{LS}(t)$ :

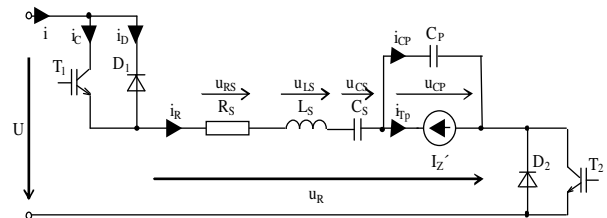
$$\begin{aligned} u_{CS}(t) &= \frac{U}{L_s \cdot C_s \cdot \omega^2} \cdot (1 - \cos(\omega t)) + \left( \frac{I_Z'}{C_s} - \frac{I_Z'}{L_s \cdot C_s^2 \cdot \omega^2} \right) \left( t - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) + \\ &+ \frac{u_{CP}(t_0) \cdot C_p}{C_s} \cdot (1 - \cos(\omega t)) + \frac{u_{CP}(t_0) \cdot C_p}{L_s \cdot C_s \cdot \omega^2} \cdot (1 - \cos(\omega t)) + u_{CS}(t_0) \end{aligned} \quad (9)$$

Priebeh napätia  $u_{LS}(t)$  sa vypočíta zo vzťahu (3), s použitím vzťahu (6) a (9):

$$u_{LS}(t) = U - u_{CS}(t) - u_{CP}(t) = L_s \cdot \frac{di_R(t)}{dt} \quad (10)$$

Koniec prvého intervalu je v čase, keď napätie  $u_{CP}(t) = u_{CP}(t_1) = 0$ . V tomto čase už prúd  $i_R(t)$  nadobúda kladnú hodnotu a tečie tranzistormi  $T_1, T_2$ .

Pozrime sa teraz ako ovplyvňuje priebehy veličín parazitný odpor  $R_S$ , ktorý v sebe zahŕňa odpor rezonančnej indukčnosti a odpory polovodičových súčiastok v priepustnom smere. Náhradná schéma pre tento prípad je na obr. 4.



Obr.4. 1. interval ( $t_0-t_1$ ): rezonančný obvod s parazitným odporom  $R_S$

Fig.4. 1<sup>st</sup> interval ( $t_0-t_1$ ): Resonant circuit with parasitic resistance  $R_S$

Pri popise obvodu rovnica (2) ostáva v nezmenenom tvare, avšak dôjde k zmene rovnice (3) na:

$$U - u_{L_S}(t) - u_{C_S}(t) - u_{C_P}(t) - u_{R_S}(t) = 0 \quad (11)$$

Následnou úpravou s použitím rovnice (4) získame rovnicu pre výpočet napätia  $u_{C_P}(t)$ :

$$u_{C_P}(t) = \left( \frac{U}{L_S \cdot C_P \cdot \omega^2} + \frac{u_{C_P}(t_0)}{L_S \cdot C_S \cdot \omega^2} - \frac{I_Z'}{L_S \cdot C_P \cdot \omega^2} \right) \left( 1 - \frac{R_S \cdot e^{-\frac{R_S \cdot t}{2L_S}} \cdot \sin(\omega_R t)}{2L_S \cdot \omega_R} - e^{-\frac{R_S \cdot t}{2L_S}} \cdot \cos(\omega_R t) \right) + \left( \frac{i_R(t_0) - I_Z' + u_{C_P}(t_0)}{C_P \cdot \omega_R} + \frac{u_{C_P}(t_0)}{L_S \cdot \omega_R} \right) e^{-\frac{R_S \cdot t}{2L_S}} \cdot \sin(\omega_R t) + u_{C_P}(t_0) \cdot \left( -\frac{R_S \cdot e^{-\frac{R_S \cdot t}{2L_S}} \cdot \sin(\omega_R t)}{2L_S \cdot \omega_R} + e^{-\frac{R_S \cdot t}{2L_S}} \cdot \cos(\omega_R t) \right) - \frac{I_Z'}{L_S \cdot C_S \cdot C_P \cdot \omega^2} \left( -\frac{R_S}{\omega^4 \cdot L_S} + \frac{t}{\omega^2} - \frac{e^{-\frac{R_S \cdot t}{2L_S}} \cdot \sin(\omega_R t)}{\omega^2 \cdot \omega_R} + \frac{R_S^2 \cdot e^{-\frac{R_S \cdot t}{2L_S}} \cdot \sin(\omega_R t)}{2L_S^2 \cdot \omega^4 \cdot \omega_R} + \frac{R_S}{L_S} \cdot e^{-\frac{R_S \cdot t}{2L_S}} \cdot \cos(\omega_R t) \right) \quad (12)$$

pričom  $\omega_R$  je rezonančná uhlová rýchlosť s uvažovaním odporu  $R_S$ :

$$\omega_R = \sqrt{\frac{C_S + C_P}{L_S \cdot C_S \cdot C_P} + \frac{R_S^2}{4L_S^2}} \quad (13)$$

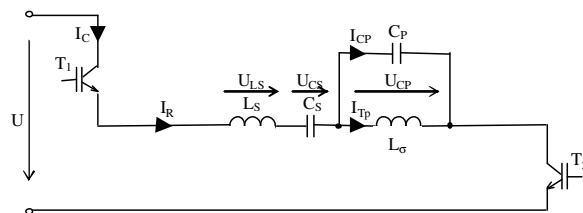
Ak porovnáme rovnicu (12) s rovnicou (6), vidíme, že vzťah (12) je doplnený exponenciálnou funkciou. Pri malých hodnotách odporu t.j. desiaty až tisíciny ohmov, vysokej spínacej frekvencie (desiatky až stovky kHz) a malej rezonančnej indukčnosti (jednotky až desiatky  $\mu\text{H}$ ) je zmena napätia zanedbateľná. Takisto je možné zanedbať aj pomer  $R_S/(2L_S)$ , ktorého hodnota je oveľa menšia ako rezonančná uhlová rýchlosť  $\omega_R$ . Preto je možné daný odpor  $R_S$  až do jednotiek ohmov zanedbať [2].

### Interval 2. ( $t_1$ - $t_2$ ): Komutácia diód výstupného usmerňovača.

V čase  $t_1$  dochádza k zmene polarít napätia a prúdu na transformátore (obr.8). Na výstupnom usmerňovači dochádza k zmene vedenia diód  $D_5, D_6$ , teda ku komutácii prúdu z jednej fázy sekundárnej strany transformátora na druhú fázu. Počas komutácie sú teda obidve diódy  $D_5, D_6$  vodivé, a tak je sekundárna strana transformátora v stave nakrátko a trvanie zmeny prúdu zo záporného na kladný je ovplyvnené len veľkosťou rozptylovej reaktancie transformátora  $X_\sigma = 2 \cdot \pi f_s \cdot L_\sigma$ . Rozptylová indukčnosť  $L_\sigma$  však výrazne zmení ako rezonančnú frekvenciu tohto intervalu, tak aj priebehy v rezonančnom obvode (obr.8).

Počiatkové podmienky pre prúd  $i_R(t)$  a napätie  $u_{C_S}(t)$  sa určia z rovníc (11) a (12) riešených v čase  $t=t_1$ , pričom prúd a napätie na paralelných prvkoch sú:

$$\begin{aligned} i_{T_P}(t_1) &= -I_Z' \\ u_{C_P}(t_1) &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$



Obr.5. 2. interval ( $t_1$ - $t_2$ ): komutácia diód výstupného usmerňovača.

Fig.5. 2<sup>nd</sup> interval ( $t_1$ - $t_2$ ): Commutation of the output rectifier diodes.

Podobne ako v prvom intervale (rovnice (2), (3)), aj v druhom intervale môžeme obvod popísať obvod Kirchhoffovými zákonmi pričom v diferenciálnom tvare dostaneme rovnice:

$$i_R(t) = C_P \cdot \frac{du_{C_P}(t)}{dt} + \frac{1}{L_\sigma} \int u_{C_P}(t) dt + i_{T_P}(t_1) \quad (15)$$

$$U - L_S \cdot \frac{di_R(t)}{dt} - \frac{1}{C_S} \int i_R(t) dt - u_{C_P}(t) = 0 \quad (16)$$

Uvažovaním počiatkových podmienok a prevedením spätnej transformácie dostaneme z rovníc (15) a (16) rovnicu napätia na paralelnej kapacite  $u_{C_P}(t)$ :

$$u_{C_P}(t) = \frac{U}{L_S \cdot C_P} \left( -\frac{\cos(\sqrt{a}t)}{a-b} + \frac{\cos(\sqrt{b}t)}{a-b} \right) + \frac{i_R(t_1) - I_Z'}{C_P} \left( \frac{\sqrt{a} \cdot \sin(\sqrt{a}t)}{a-b} - \frac{\sqrt{b} \cdot \sin(\sqrt{b}t)}{a-b} \right) - \frac{I_Z'}{L_S \cdot C_S \cdot C_P} \left( -\frac{\sin(\sqrt{a}t)}{\sqrt{a} \cdot (a-b)} + \frac{\cos(\sqrt{b}t)}{\sqrt{b} \cdot (a-b)} \right) \quad (17)$$

Pričom konštanty  $a$  a  $b$  sa dajú určiť z rovníc (18) a (19):

$$a = \frac{1}{2} (\omega^2 + \omega_p^2) + \frac{1}{2} \sqrt{(\omega^2 + \omega_p^2)^2 + 2 \left( \frac{L_S \cdot C_S + L_\sigma \cdot C_P - L_S \cdot C_P}{L_\sigma \cdot C_S \cdot L_S^2 \cdot C_P^2} \right)} \quad (18)$$

$$b = \frac{1}{2} (\omega^2 + \omega_p^2) - \frac{1}{2} \sqrt{(\omega^2 + \omega_p^2)^2 + 2 \left( \frac{L_S \cdot C_S + L_\sigma \cdot C_P - L_S \cdot C_P}{L_\sigma \cdot C_S \cdot L_S^2 \cdot C_P^2} \right)} \quad (19)$$

$\omega$  je uhlová rýchlosť sériovo-paralelného rezonančného obvodu a  $\omega_p$  je uhlová rýchlosť paralelného rezonančného obvodu:

$$\omega = \sqrt{\frac{C_S + C_P}{L_S \cdot C_S \cdot C_P}} \quad (20)$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{L_\sigma \cdot C_P}} \quad (21)$$

Pre prúd tečúci primárnou stranou transformátora počas komutácie po transformácii a dosadení počiatkových podmienok dostaneme vzťah:

$$i_{T_P}(t) = \frac{U}{L_S \cdot L_\sigma \cdot C_P} \left( -\frac{\sin(\sqrt{a}t)}{\sqrt{a} \cdot (a-b)} + \frac{\sin(\sqrt{b}t)}{\sqrt{b} \cdot (a-b)} \right) + \frac{i_R(t_1) - I_Z'}{L_\sigma \cdot C_P} \left( -\frac{\cos(\sqrt{a}t)}{a-b} + \frac{\cos(\sqrt{b}t)}{a-b} \right) - \frac{I_Z'}{L_S \cdot L_\sigma \cdot C_S \cdot C_P} \left( \frac{1}{ab} + \frac{\cos(\sqrt{a}t)}{(a^2 - ab)} - \frac{\cos(\sqrt{b}t)}{(ab - b^2)} \right) + I_Z' \quad (22)$$

Prúd v rezonančnom obvode  $i_R(t)$  je možné vypočítať pomocou vzťahu (15) zapísaného v operátorovom tvare. Po spätnej transformácii rovnice a dosadení počiatočných podmienok dostávame vzťah:

$$i_R(t) = \frac{U}{L_s L_\sigma C_p} \left( -\frac{\sin(\sqrt{a}t)}{\sqrt{a}(a-b)} + \frac{\sin(\sqrt{b}t)}{\sqrt{b}(a-b)} \right) + \frac{U}{L_s} \left( \frac{\sqrt{a} \sin(\sqrt{a}t)}{(a-b)} - \frac{\sqrt{b} \sin(\sqrt{b}t)}{(a-b)} \right) + (i_R(t_1) - I_Z') \left( \frac{a \cos(\sqrt{a}t)}{a-b} - \frac{b \cos(\sqrt{b}t)}{a-b} \right) + \left( \frac{i_R(t_1)}{L_\sigma C_p} - \frac{I_Z'}{L_s C_s} - \frac{I_Z'}{L_\sigma C_p} \right) \left( -\frac{\cos(\sqrt{a}t)}{(a-b)} + \frac{\cos(\sqrt{b}t)}{(a-b)} \right) - \frac{I_Z'}{L_s L_\sigma C_s C_p} \left( \frac{1}{ab} + \frac{\cos(\sqrt{a}t)}{(a^2-ab)} - \frac{\cos(\sqrt{b}t)}{(ab-b^2)} \right) + I_Z' \quad (23)$$

Napätie na sériovej indukčnosti  $u_{Ls}(t)$  vypočítame podľa vzťahu (10) a pre napätie na sériovej kapacite  $u_{Cs}(t)$  dostaneme vzťah:

$$u_{Cs}(t) = \frac{U}{L_s L_\sigma C_p C_s} \left( \frac{1}{ab} - \frac{\cos(\sqrt{a}t)}{(a^2-ab)} + \frac{\cos(\sqrt{b}t)}{(ab-b^2)} \right) + \frac{U}{L_s C_s} \left( -\frac{\cos(\sqrt{a}t)}{(a-b)} + \frac{\cos(\sqrt{b}t)}{(a-b)} \right) + \left( \frac{i_R(t_1)}{C_s} - I_Z' \right) \left( \frac{\sqrt{a} \sin(\sqrt{a}t)}{(a-b)} - \frac{\sqrt{b} \sin(\sqrt{b}t)}{(a-b)} \right) + \left( \frac{i_R(t_1)}{L_\sigma C_s C_p} - \frac{I_Z'}{L_s C_s} - \frac{I_Z'}{L_\sigma C_s C_p} \right) \left( -\frac{\sin(\sqrt{a}t)}{\sqrt{a}(a-b)} + \frac{\sin(\sqrt{b}t)}{\sqrt{b}(a-b)} \right) - \frac{I_Z'}{L_s L_\sigma C_s C_p} \left( \frac{t}{ab} + \frac{\sin(\sqrt{a}t)}{\sqrt{a}(a^2-ab)} - \frac{\sin(\sqrt{b}t)}{\sqrt{b}(ab-b^2)} \right) + \frac{I_Z'}{C_s} \quad (24)$$

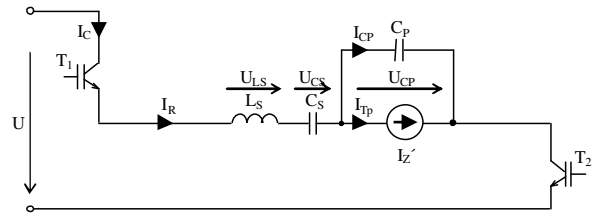
Dobu komutácie je možné vypočítať zo vzťahu (22) výpočtom času  $t$  pri  $i_{TP}(t) = I_Z'$ . Nenáročnými úpravami získame transcendentálnu rovnicu, z ktorej však explicitne nemôžeme vyjadriť čas  $t$  preto je nutné túto rovnicu riešiť numerickou iteráciou.

### Interval 3. ( $t_2$ - $t_3$ ): Vedenie tranzistorov $T_1$ - $T_2$ .

Druhý interval teda končí v čase  $t_2$ , keď prúd tečúci primárnou stranou transformátora na konci komutácie dosiahne prepočítanú hodnotu prúdu záťaže. Doba komutácie sa poklesom záťažného prúdu znižuje a preto v stave naprázdno nedochádza ku komutácii. Priebeh rezonančných prvkov sa v tomto prípade, až po stav vypnutia tranzistorov  $T_1, T_2$  (interval 4.) popisujú rovnicami z prvého intervalu. Zaťaženie však spôsobí nárast komutačnej doby takže sa obvod rozdeľuje na už spomínaný druhý interval, pričom však po jeho skončení sa priebeh na rezonančných prvkoch až do počiatku štvrtého intervalu popisujú podobne ako v prvom intervale.

Môže však nastať aj tretia alternatíva, keď hodnota rozptylovej indukčnosti transformátora, záťažného prúdu, alebo spínacej frekvencie sú také veľké, že komutácia trvá až do času vypnutia spínačov. V tom prípade odpadá popisovaný tretí interval. Veľká hodnota rozptylovej indukčnosti transformátora však zhoršuje pomery na transformátore, ktorý sa stáva mäkkým a preto je

snahou zhotoviť transformátor s čo najmenšou rozptylovou indukčnosťou.



Obr. 6. 3. interval ( $t_2$ - $t_3$ ): vedenie tranzistorov  $T_1, T_2$   
Fig.6. 3<sup>rd</sup> interval ( $t_2$ - $t_3$ ): Conductance of transistors  $T_1, T_2$

Podmienky pre tretí interval sú dané rovnicami z druhého intervalu v čase  $t_2$  pričom:

$$i_{TP}(t_2) = I_Z' \quad (25)$$

Napätia a prúdy rezonančného obvodu sa vypočítajú podobne ako v prvom intervale:

$$u_{Cs}(t) = \frac{U}{L_s C_p \omega^2} (1 - \cos(\omega t)) + \frac{i_R(t_2) - I_Z'}{C_p \omega} \sin(\omega t) + u_{CP}(t_2) \cos(\omega t) + \frac{u_{CP}(t_2)}{L_s C_s \omega^2} (1 - \cos(\omega t)) - \frac{I_Z'}{L_s C_s C_p \omega^2} \left( t - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) \quad (26)$$

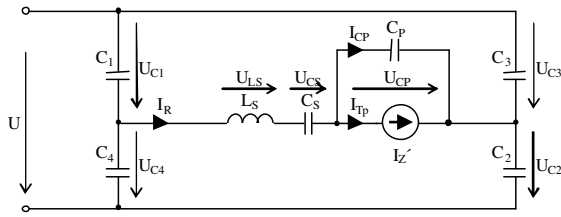
$$i_R(t) = \frac{U}{L_s \omega} \sin(\omega t) + I_Z' (1 - \cos(\omega t)) - u_{CP}(t_2) C_p \omega \sin(\omega t) + \frac{u_{CP}(t_2) C_p}{L_s C_s \omega} \sin(\omega t) - \frac{I_Z'}{L_s C_s \omega^2} (1 - \cos(\omega t)) + i_R(t_2) \cos(\omega t) \quad (27)$$

$$u_{Cs}(t) = \frac{U}{L_s C_s \omega^2} (1 - \cos(\omega t)) + \left( \frac{I_Z'}{C_s} - \frac{I_Z'}{L_s C_s \omega^2} \right) \left( t - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right) + \frac{u_{CP}(t_2) C_p}{C_s} (1 - \cos(\omega t)) + \frac{u_{CP}(t_2) C_p}{L_s C_s \omega^2} (1 - \cos(\omega t)) + u_{Cs}(t_2) \quad (28)$$

$$u_{Ls}(t) = U - u_{Cs}(t) - u_{CP}(t) \quad (29)$$

### Interval 4. ( $t_3$ - $t_4$ ): Komutácia odľahčovacích kondenzátorov.

V závere kladnej polperiódy dochádza k vypnutiu tranzistorov  $T_1, T_2$  a k privedeniu riadiacich impulzov na tranzistory  $T_3, T_4$  resp. k zmene toku prúdu zo spínačov  $T_1, T_2$  v prvej uhlopriečke na antiparalelné diódy  $D3, D4$  v druhej uhlopriečke. Pri vypínaní spínačov  $T_1, T_2$  dôjde k nabíjaniu kondenzátorov  $C_1, C_2$  na napätie napájacieho zdroja a súčasne kondenzátory  $C_3, C_4$  sa vybijajú na nulu napätia. Topológia obvodu počas tohto intervalu je na obr.7.



Obr.7. 4. interval ( $t_3-t_4$ ): komutácia medzi kondenzátormi  $C_1 - C_4$  a  $C_2 - C_3$

Fig.7. 4<sup>th</sup> interval ( $t_3-t_4$ ): Commutation between capacitors  $C_1 - C_4$  and  $C_2 - C_3$

Počiatkové podmienky tohto intervalu sú vypočítané v čase  $t=t_3$ , t.j. na konci tretieho intervalu, pričom:

$$\begin{aligned} i_{Tp}(t_3) &= I_{Z'} \\ u_{C1}(t_3) &= u_{C2}(t_3) = 0 \\ u_{C3}(t_3) &= u_{C4}(t_3) = U \end{aligned} \quad (30)$$

Do rovníc popisujúcich obvod prvým a druhým Kirchhoffovým zákonom je nutné započítať napätie na odľahčovacích kapacitách  $u_C(t)$  pričom uvažujeme, že  $C_1=C_2=C_3=C_4=C$ :

$$i_R(t) = i_{CP}(t) + i_{TP}(t) \quad (31)$$

$$U - u_{LS}(t) - u_{CS}(t) - u_{CP}(t) - u_C(t) = 0 \quad (32)$$

Rovnice sa v diferenciálnom tvare upravujú na nasledujúci tvar:

$$i_R(t) = C_P \cdot \frac{du_{CP}(t)}{dt} + I_{Z'} \quad (33)$$

$$U - L_S \cdot \frac{di_R(t)}{dt} - \frac{1}{C_S} \cdot \int i_R(t) dt - u_{CP}(t) - \frac{1}{C} \cdot \int i_R(t) dt = 0 \quad (34)$$

Po vyriešení rovníc (33) a (34) dostaneme vzťahy pre napätie  $u_{CP}(t)$  na paralelnej kapacite a pre rezonančný prúd  $i_R(t)$ :

$$\begin{aligned} u_{CP}(t) &= \frac{U}{L_S \cdot C_P \cdot \omega_0^2} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) + \frac{i_R(t_3) - I_{Z'}}{C_P \cdot \omega_0} \cdot \sin(\omega_0 t) + u_{CP}(t_3) \cdot \cos(\omega_0 t) + \\ &+ \frac{u_{CP}(t_3)}{L_S \cdot C_S \cdot \omega_0^2} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) + \frac{u_{CP}(t_3)}{L_S \cdot C \cdot \omega_0^2} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) - \\ &- \frac{I_{Z'}}{L_S \cdot C_S \cdot C_P \cdot \omega_0^2} \cdot \left( t - \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0} \right) - \frac{I_{Z'}}{L_S \cdot C_P \cdot C \cdot \omega_0^2} \cdot \left( t - \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0} \right) \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} i_R(t) &= \frac{U}{L_S \cdot \omega_0} \cdot \sin(\omega_0 t) + I_{Z'} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) - u_{CP}(t_3) \cdot C_P \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t) + \\ &+ \frac{u_{CP}(t_3) \cdot C_P}{L_S \cdot C_S \cdot \omega_0} \cdot \sin(\omega_0 t) + \frac{u_{CP}(t_3) \cdot C_P}{L_S \cdot C \cdot \omega_0} \cdot \sin(\omega_0 t) + i_R(t_3) \cdot \cos(\omega_0 t) - \\ &- \frac{I_{Z'}}{L_S \cdot C_S \cdot \omega_0^2} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) - \frac{I_{Z'}}{L_S \cdot C \cdot \omega_0^2} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) \end{aligned} \quad (36)$$

pričom  $\omega_0$  je uhlová rýchlosť rezonančného obvodu s odľahčovacími kondenzátormi:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_S \cdot C_P + C_S \cdot C + C_P \cdot C}{L_S \cdot C_S \cdot C_P \cdot C}} \quad (37)$$

Po úprave a transformácií dostaneme vzťah pre napätie na kapacitách  $C_1, C_2$ :

$$\begin{aligned} u_{C1}(t) &= \frac{U}{2 \cdot L_S \cdot C \cdot \omega_0^2} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) + \left( \frac{I_{Z'}}{2 \cdot C} - \frac{I_{Z'}}{2 \cdot L_S \cdot C_S \cdot C \cdot \omega_0^2} \right) \cdot \left( t - \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0} \right) - \\ &- \frac{I_{Z'}}{2 \cdot L_S \cdot C^2 \cdot \omega_0^2} \cdot \left( t - \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0} \right) - \frac{u_{CP}(t_3) \cdot C_P}{2 \cdot C} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) + \\ &+ \frac{u_{CP}(t_3) \cdot C_P}{2 \cdot L_S \cdot C_S \cdot C \cdot \omega_0^2} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) + \frac{u_{CP}(t_3) \cdot C_P}{2 \cdot L_S \cdot C^2 \cdot \omega_0^2} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) + \\ &+ \frac{i_R(t_3)}{2 \cdot C \cdot \omega_0} \cdot \sin(\omega_0 t) \end{aligned} \quad (38)$$

Napätie na kondenzátoroch  $C_3, C_4$  sa vypočíta podľa vzťahu:

$$u_{C1}(t) + u_{C4}(t) = u_{C2}(t) + u_{C3}(t) = U \quad (39)$$

$$u_{C3}(t) = u_{C4}(t) = U - u_{C1}(t) = U - u_{C2}(t)$$

takže:

$$\begin{aligned} u_{C3}(t) &= -\frac{U}{2 \cdot L_S \cdot C \cdot \omega_0^2} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) - \left( \frac{I_{Z'}}{2 \cdot C} - \frac{I_{Z'}}{2 \cdot L_S \cdot C_S \cdot C \cdot \omega_0^2} \right) \cdot \left( t - \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0} \right) + \\ &+ \frac{I_{Z'}}{2 \cdot L_S \cdot C^2 \cdot \omega_0^2} \cdot \left( t - \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0} \right) + \frac{u_{CP}(t_3) \cdot C_P}{2 \cdot C} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) - \\ &- \frac{u_{CP}(t_3) \cdot C_P}{2 \cdot L_S \cdot C_S \cdot C \cdot \omega_0^2} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) - \frac{u_{CP}(t_3) \cdot C_P}{2 \cdot L_S \cdot C^2 \cdot \omega_0^2} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) - \\ &- \frac{i_R(t_3)}{2 \cdot C \cdot \omega_0} \cdot \sin(\omega_0 t) - U \end{aligned} \quad (40)$$

Pomocou prúdu  $i_R$  môžeme vypočítať aj napätia na sériových prvkoch  $u_{CS}(t)$  a  $u_{LS}(t)$ :

$$\begin{aligned} u_{CS}(t) &= \frac{U}{L_S \cdot C_S \cdot \omega_0^2} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) + \left( \frac{I_{Z'}}{C_S} - \frac{I_{Z'}}{L_S \cdot C_S^2 \cdot \omega_0^2} \right) \cdot \left( t - \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0} \right) - \\ &- \frac{I_{Z'}}{L_S \cdot C_S \cdot C \cdot \omega_0^2} \cdot \left( t - \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0} \right) + \frac{u_{CP}(t_3) \cdot C_P}{C_S} \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) + \\ &+ \left( \frac{u_{CP}(t_3) \cdot C_P}{L_S \cdot C_S^2 \cdot \omega_0^2} - \frac{u_{CP}(t_3) \cdot C_P}{L_S \cdot C_S \cdot C \cdot \omega_0^2} \right) \cdot (1 - \cos(\omega_0 t)) + u_{CS}(t_3) \end{aligned} \quad (41)$$

Priebeh napätia  $u_{LS}(t)$  sa vypočíta podobne ako v predchádzajúcich prípadoch zo základnej rovnice (34), s použitím vzťahov (35), (38), (41):

$$u_{LS}(t) = U - u_{CS}(t) - u_{CP}(t) - u_{C1}(t) \quad (42)$$

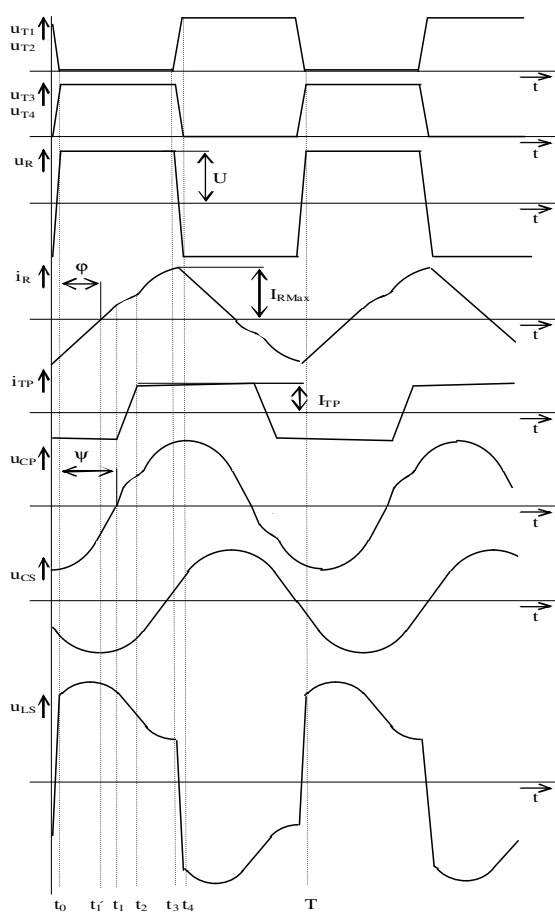
Koniec posledného intervalu kladnej polperiódy je v čase keď napätie  $u_{C1}(t_4) = u_{C2}(t_4) = U$  resp.  $u_{C3}(t_4) = u_{C4}(t_4) = 0$ . Samozrejme počas tohto intervalu sú všetky spínače vypnuté a k zapnutiu spínačov  $T_3, T_4$  môže dôjsť až po čase  $t_4$ .

Ak by došlo k zapnutiu spínačov  $T_3, T_4$  v čase keď paralelné kondenzátory  $C_3, C_4$  nie sú vybité na nulové napätie, spôsobilo by to zvýšené prúdové namáhanie spínačov spojené s vysokými zapínacími stratami. To by mohlo viesť až k zničeniu spínačov. Samozrejme to isté platí aj pre tranzistory  $T_1, T_2$  a kondenzátory  $C_1, C_2$  v predchádzajúcej polperióde činnosti [2], [6], [9].

V tomto intervale môže rezonančný prúd  $i_R(t)$  dosiahnuť svoju maximálnu hodnotu, a to v prípade ak spínacia frekvencia výrazne prevyšuje rezonančnú frekvenciu (obr.8). Ak sa spínacia frekvencia blíži k rezonančnej frekvencii dosiahne sa

maximum prúdu už počas tretieho intervalu, takže sa zníži prúdové namáhanie pri vypínaní, t.j. zmenšia sa vypínacie straty (ktoré sú síce vďaka kondenzátorom redukované, avšak nie nulové).

Na obr.8 sú priebehy napätí a prúdov v rezonančnom obvode pri zaťažení, resp. v stave nakrátko. Prúd na primárnej strane pozostáva z prepočítaného prúdu záťaže a prúdu magnetizačného. V stave naprázdno objavuje na primárnej strane len magnetizačný prúd. Jeho veľkosť sa zanedbáva a teda nie je uvažovaná v popisovaných vzťahoch.



Obr.8. Priebehy napätí a prúdov v rezonančnom obvode meniča pri zaťažení a skrate

Fig.8. Waveforms of voltages and currents within the converter resonance circuit at loading and short-circuiting

### 3. ZÁVER

Detailný matematický popis činnosti rezonančného meniča pracujúceho v nadrezonančnej oblasti umožňuje dôkladnejšie pochopiť jednotlivé súvislosti a dáva komplexný obraz správania sa meniča. Na základe analýzy sa dá urobiť optimalizácia jednotlivých súčiastok meniča z hľadiska ich vlastnej činnosti ako aj z hľadiska činnosti celého meniča. Uvedená analýza strát

umožňuje aj optimalizáciu meniča z hľadiska jeho celkovej účinnosti.

### Podakovanie

Táto práca bola podporená grantovým projektom VEGA č. 1/2178/05

- [1] Chéron, Y.: Soft Commutation, Chapman and Hall, London, 1992.
- [2] Dzurko, P.: Nepriamy jednosmerný menič s vysokofrekvenčným striadačom pre oblúkové zváranie, Dizertačná práca, TU Košice, 2005.
- [3] Dudrik, J., Dzurko, P.: Resonant Converters for Arc Welding. Elektro č. 7-8, Roč. 8, 1998, s. 8-11, (in Slovak).
- [4] Dudrik, J., Dzurko, P.: Series-Parallel Resonant DC-to-DC Converter for Arc Welding, Proc. of the Conf. PEMC '98, Prague, September 1998, Volume 7, pp. 16-20
- [5] Dudrik, J., Dzurko, P., Višnyi, P.: Behavior of Arc Welder with High Frequency LCC Resonant Converter. Proc. of the Int. Conf. on EPE-PEMC 2000, Vol. 4, 2000, Košice, pp. 102-106.
- [6] Feňo, I., Jadroň, E., Špánik, P.: Using Partial Series Resonant Converter in Heavy Duty Welder. ELEKTRO'2001 Proc., section - Electrical Engineering. Žilina 2001, str.76 – 81
- [7] Hamar, J., Nagy, I.: New Topologies of a Resonant DC-DC Converter Family, In: ELECTROMOTION'2001, Bologna, Italy, 19-20 June, Vol. 1, pp. 109-114.
- [8] Dzurko, P., Dudrik, J.: Zero-Current Switching Half Bridge Resonant Converter for Current Sources. Proc. of the Int. Conf. on Electrical Drives and Power Electronics, 1999, High Tatras, pp. 403-407.
- [9] Dudrik, J., Dzurko, P., Višnyi, P.: Resonant Converter for Arc Welding Using Microcomputer Control. Journal of Electrical Engineering 7-8, Vol. 50, 1999, pp. 229-232.
- [10] Chlebiš, P.: Střídač s kvazirezonančným meziobvodem. In: EPVE '99, 21.-22.září 1999, Brno, str. 92-97
- [11] Dzurko, P., Dudrik, J.: Improved Multiresonant DC-to-DC Converter for Arc Welding. Proc. of the Int. Conf. on Electrical Drives and Power Electronics, 2001, High Tatras, pp.266-300
- [12] Malesani, L.-Mattavelli, P.-Rosetto, L.-Tenti, P.-Marin, W.-Pollman, A. : Electronic Welder with High-Frequency Resonant Inverter. IEEE Trans. on Industry Appl., Vol.1, No. 2/1995, pp. 273-279
- [13] Nagy, I.: Study of a Quasi-Resonant Converter with Symmetrical Components, Periodica Polytechnica, Hungary, 1990, Vol. 34. No. 1-2. pp. 3-32.