

Dopravní prostředky

příklady

Jaromír Široký

VŠB – Technická univerzita Ostrava



Financováno
Evropskou unií
NextGenerationEU



NÁRODNÍ
PLÁN OBNOVY



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Název: Dopravní prostředky příklady
Autor: Ing. Jaromír Široký, Ph.D.
Vydání: první, 2024
Počet stran: 48
Náklad: online

Toto dílo je licencováno pod [CC BY-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/)



© Ing. Jaromír Široký, Ph.D.

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 2024

Úvod

Prerekvizity

Pro studium tohoto sylabu se předpokládají znalosti matematiky a fyziky na úrovni absolventa střední školy a dále základní znalosti problematiky pohybu vozidel pozemní dopravy. Výhodou je uživatelská znalost prostředí Excel a SW typu MathCad.

Cílem učební opory

Cílem je seznámení se základními postupy výpočtů v oblasti pohybu pozemních dopravních prostředků. Po prostudování modulu by měl student být schopen:

- stanovit základní parametry vozidel pozemní dopravy;
- vypočítat parametry pohybu vozidel;
- posoudit průběh reálného pohybu vozidel.

Pro koho je opora určena

Opora je určena pro studenty bakalářských studijních programů s vazbou na dopravní problematiku na Fakultě strojní.

Primárně ji mohou využít studenti v předmětech Průmyslová doprava a logistika, Základy dopravy, Dopravní prostředky, Mechanika pohybu vozidel, Provoz dopravních prostředků ale i zájemci z kteréhokoliv jiného programu či oboru, pokud splňuje požadované prerekvizity.

Členění opory

Struktura obsahu je rozdělena do dvou základních částí. Každá část obsahuje na začátku teoretický úvod dané problematiky, který shrnuje základní pojmy a vztahy potřebné pro řešení příkladů z této oblasti. Pak následují jednotlivé příklady. Ty obsahují zadání, postup řešení, realizaci výpočtů a závěry. U některých příkladů jsou výpočty řešeny pomocí výpočtových nástrojů typu tabulkových procesorů nebo MathCad a to i variantně.

Příklady jsou podle složitosti rozděleny do tří úrovní, které jsou u příkladu označeny.

(A) – příklady jednoduché, vyžadující aplikaci základních vztahů pro výpočty;

(B) – příklady středně obtížné, vyžadující aplikaci kombinaci základních vztahů z několika oblastí pro výpočty;

(C) – příklady rozsáhlé, které mají složitější požadavky na výpočty a vyžadující aplikaci kombinaci základních vztahů z několika oblastí pro výpočty.

Prezentace postupů výpočtů a interaktivní řešení některých příkladů jsou k dispozici v souboru Excelu s názvem Dopravní prostředky příklady.xlsx v DSpace.

Obsah

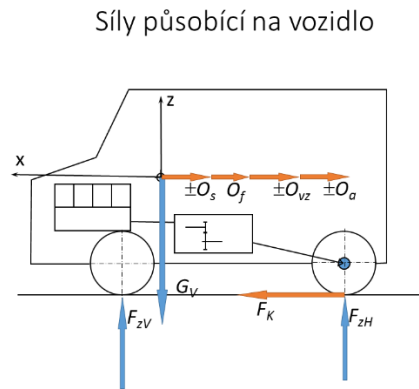
Úvod.....	3
Obsah.....	4
P Parametry a pohyb vozidel.....	5
Teoretický úvod.....	5
Příklady	14
Příklad A1 - SV (A).....	14
Příklad A2 - SV (A).....	14
Příklad A3 - SV (B).....	15
Příklad A4 - SV (B).....	16
Příklad A5 – SV (B).....	18
Příklad A6 – SV, KV (B).....	19
Příklad P.7 - KV (A).....	22
Příklad P.8 - SV (B).....	24
Příklad P.9 - SV (C).....	25
B Brzdění vozidel.....	30
Teoretický úvod.....	30
Příklady	36
Příklad B.1 - SV (B).....	36
Příklad B.2 (fikce) - KV (C).....	40
Použitá a doporučená literatura	47

P Parametry a pohyb vozidel

Teoretický úvod

Síly působící na vozidlo

Pro popisování pohybu vozidel a sil na ně působících budeme vycházet ze sil ve dvou směrech podle obrázku Obr. P.1., které jsou pro pohyb po dopravní cestě důležité.



Obr. P.1: Vnější síly působící na vozidlo.

Směr svislý – osa z:

$$\text{Tíha vozidla } G_V = m_V \cdot g \quad [\text{N}] \quad (P.1)$$

$$\text{Reakce na kolech } \sum F_z = G_V, \text{ tj.: } G_V = F_{zH} + F_{zV} \quad [\text{N}] \quad (P.2)$$

Směr podélný – osa x:

Hnací síla na kolech F_K - vzniká na obvodu hnacích kol, pro další výpočty tuto sílu můžeme přesunout do těžiště vozidla, kde bude působit i ostatních podélných sil.

Brzdná síla F_{BV}, F_{BH} – brzdná síla na kolech, vzniká působením brzdového zařízení. Tyto síly můžeme přesunout do těžiště vozidla, pro naše další výpočty s však počítat nebudeme, neboť v provozu by neměly současně působit se silou hnací.

Odpory - předpokládáme kladný směr působení proti pohybu vozidla:

Odpor sklonu $\pm O_s$ – vzniká jízdou vozidla po podélně skloněné podložce. Může nabývat kladných hodnot (jízda do stoupání) i hodnot záporných – působících ve směru pohybu vozidla – (jízda po spádu).

Odpor valení O_f – je dán deformacemi kol a podložky, po které se pohybují. Pro běžné výpočty předpokládáme, že jeho hodnota je nezávislá na rychlosti pohybu vozidla v .

Odpor vzduchu

O_{vz} – je dán pohybem vozidla v reálném prostředí (vzduch) a relativní rychlostí v tomto prostředí. Pro naše výpočty můžeme předpokládat, že relativní rychlost pohybu se rovná rychlosti vozidla (rychlost prostředí se rovná nule = bezvětří).

Odpor zrychlení

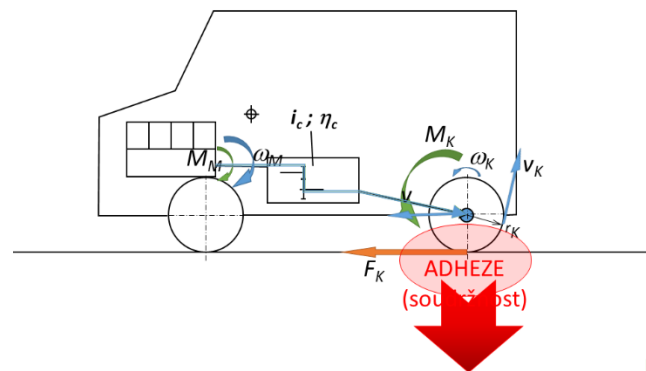
$\pm O_a$ – představuje vliv setrvačnosti na vozidlo při změně rychlosti vozidla. Kladných hodnot nabývá při zrychlování vozidla, záporných při zpomalování vozidla.

Tyto postupy je možno obecně aplikovat na samostatná silniční vozidla, jízdní soupravu, složenou s vozidla motorového a vozidla přípojného tak při určitém zjednodušení i na vozidla kolejová samostatně či v soupravách.

Vazba mezi motorem a hnacími koly

Stanovení hnací síly na kolech vychází ze zjednodušeného strukturního modelu pohonu silničního vozidla podle obrázku 4.

Vazba mezi motorem a hnacími koly



Zdrojem výkonu pro pohon silničního vozidla P_{SM} je vozidlový motor (SM), který je pro tento případ charakterizován kroutivým momentem na výstupu hřídele M_M a otáčkami hřídele n_M . Kroutivý moment z motoru je na obvod hnacích kol přenášěn pomocí převodného ústrojí (PÚ), která jsou charakterizovaná celkovým převodem převodného ústrojí i_c a účinností převodného ústrojí η_c .

Hnací moment na kolech M_K je pak dán:

$$M_K = M_M \cdot i_c \cdot \eta_c \quad [\text{Nm}] \quad (P.3)$$

kde:

M_K	[Nm]	hnací moment na kolech
M_M	[Nm]	kroutivý moment motoru
$i_{PÚ}$	[1]	celkový převodový poměr převodného ústrojí
$\eta_{PÚ}$	[1]	celková účinnost převodného ústrojí

Pak hnací síla na i -kole F_{Ki} vycházející z hnacího momentu na kole a dynamického poloměru kola r_K se stanoví:

$$F_{Ki} = \frac{M_{Ki}}{r_K} \quad [\text{N}] \quad (\text{P.4})$$

kde:

F_{Ki}	[N]	hnací síla na kole
M_{Ki}	[Nm]	hnací moment na kole
r	[m]	dynamický poloměr kola

Celková hnací síla na kolech F_K je dána součtem hnacích sil na všech poháněných kolech podle vztahu:

$$F_K = \sum_i F_{Ki} \quad [\text{N}] \quad (\text{P.5})$$

Pak pro hnací sílu na kolech platí:

$$F_K = \frac{M_M \cdot i_c \cdot \eta_c}{r_K} \quad [\text{N}] \quad (\text{P.6})$$

Stanovení rychlosti vozidla v vychází z téhož schématu na obrázku 4. Pro úhlovou rychlost výstupního hřídele SM můžeme stanovit:

$$\omega_M = 2\pi \cdot f_M = 2\pi \cdot \frac{n_M}{60} \quad [\text{rad}]$$

Úhlová rychlost hnacích kol:

$$\omega_K = \frac{1}{i_c} \cdot \omega_M = 2\pi \cdot \frac{n_M}{60} \cdot \frac{1}{i_c} \quad [\text{rad}]$$

Pak obvodová rychlost hnacích kol:

$$v_K = \omega_K \cdot r_K = 2\pi \cdot \frac{n_M}{60} \cdot \frac{1}{i_c} \cdot r_K \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (\text{P.7})$$

Za předpokladu odvalování hnacích kol po podložce pak v místě dotyku je obvodová rychlost nulová a osa rotace kola se posouvá posuvnou rychlostí V , resp. V :

$$V = 3,6 \cdot v_K \quad (\text{P.8})$$

Pro realizaci dopředného pohybu je důležitá **adheze (soudržnost)** mezi kolem a podložkou.

Pro výpočty může tuto vlastnost charakterizovat pomocí součinitele, který nazýváme **součinitel adheze** (soudržnosti) a označujeme symbolem μ . Přivedením momentu na obvod

kola vzniká v místě dotyku kola a podložky adhezní třecí síla T , jejíž velikost můžeme vypočítat ze vztahu:

$$T = \mu \cdot F_{zH} \text{ [N]}$$

Pro základní výpočty používáme hodnoty tohoto součinitele, které odpovídají maximálním hodnotám pro jednotlivé povrchy. Ty jsou uvedeny v tabulce Tab. 1.

Tab. 1: Výběr z běžně používaných hodnot součinitele adheze.

Vozidla	Povrch	μ [1]
Kolejová		0,12 ÷ 0,4
Silniční	beton	0,8 ÷ 1,0
	asfalt	0,64 ÷ 0,8
	dlažba	0,4 ÷ 0,6
	led (ujetý sníh)	0,1 (0,2)

Pro pohyb vozidla platí omezení:

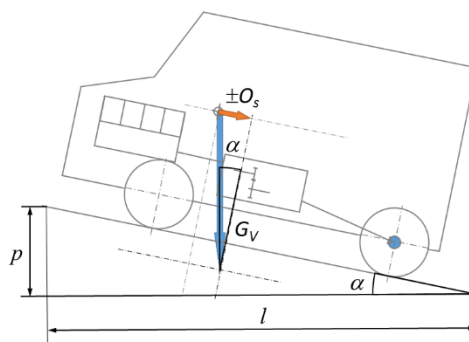
síla na obvodu kola F_K musí být menší nebo rovna než třecí síla T

$$F_K \leq T, \text{ tzn.: } F_K \leq \mu \cdot F_{zH} \quad (P.9)$$

Pokud toto omezení není splněno, pak se adheze mění na smykové tření a hodnota realizované síly mezi povrchy je přibližně 30 ÷ 50 % původní hodnoty.

Odpor sklonu

Vozidlo na sklonu



Obr. P. 2: Odpor sklonu.

Hodnotu podélného naklonění podložky, po které se vozidlo pohybuje, označujeme:

z fyzikálního hlediska: úhlem, která svírá povrch s vodorovnou rovinou- pak hovoříme o **úhlu sklonu** podložky α ;

z provozního (stavebního) pohledu: podílem změny výšky povrchu na stanovené vzdálenosti ku průmětu této vzdálenosti do vodorovné roviny. Pak hovoříme o **sklonu** podložky i .

$$\text{Uvádí se } i = \frac{p}{l} = \text{tg}\alpha \quad [1]. \quad (P.10)$$

Složka ve směru osy z představuje normálovou složku tíhy (kolmou na podložku), která se stanoví podle vztahu:

$$F_z = G_V \cdot \cos \alpha \quad (P.11)$$

Složka ve směru osy x představuje sílu působící proti pohybu vozidla O_s , kterou určíme podle vztahu:

$$O_s = G_V \cdot \sin \alpha \quad (P.12)$$

Pak o síle O_s hovoříme jako o **odporu sklonu**.

Pro malé hodnoty úhlu α ($\alpha \leq 5,5^\circ$ tj. $s \leq 0,1$) můžeme s minimální chybou prohlásit, že:

$$\sin \alpha \doteq \text{tg}\alpha$$

a pak pro odpor sklonu napsat:

$$O_s = G_V \cdot \sin \alpha = G_V \cdot \text{tg}\alpha = G_V \cdot i \quad (P.13)$$

Vzhledem k tomu, že sklon s je většinou malé číslo, pak při stavebním popisu sklonu u:

- pozemních komunikací (silnic) používáme číselné vyjádření v procentech $s\% = i \cdot 100$,
- při popisu sklonu u kolejových drah používáme číselné vyjádření v promilích $s\text{‰} = i \cdot 1000$.

Odpor valení

Odpor valení vzniká jako důsledek deformace pneumatik při styku kol s tuhou podložkou. Stykem kola s podložkou tvoří plocha nazvaná *stopa*. V přední části stopy dochází k stlačování pláště, v zadní části pak k návratu pláště do kruhového tvaru. Radiální reakce vozovky F_{zK} je ve stopě přesunuta vpřed ve směru jízdy. Tato reakce spolu se svislou silou působící na kolo F_z silovou dvojicí, odpovídající momentu valení M_f . Z rovnováhy momentu valení a momentu tvořeného silou odpovídající odporu valení je možno stanovit sílu, odpovídající odporu valení O_f :

$$O_f = \left(\sum F_{zV} + \sum F_{zH} \right) \cdot f = G_V \cdot \cos \alpha \cdot f \quad [\text{N}] \quad (P.14)$$

kde:

f [1] součinitel odporu valení

Pro základní výpočty předpokládáme, že hodnota součinitele valení s rychlostí nemění.

U kolejových vozidel je součinitel odporu valení konstantní a daný tuhostí kola a kolejnic. Běžně používané hodnoty jsou v tabulce Tab. 2.

Tab. 2. Běžné hodnoty součinitel odporu valení.

Vozidla	Povrch	f [1]
Kolejová		0,002
Silniční	beton	0,015
	asfalt	0,010
	dlažba	0,025
	písek	0,15÷0,40

Odpor vzduchu

Tento odpor představuje síly, které působí na vozidlo, které se pohybuje prostředím, tj. aerodynamické síly.

Tato síla je závislá na vlastnostech prostředí, čelní ploše vozidla S_x , součiniteli odporu vzduchu c_x a rychlosti pohybu vozidla prostředím (náporová rychlost – pokud rychlost vzduchu je rovna nule, pak náporová rychlost je rovna rychlosti vozidla).

Pro zjednodušení praktických výpočtů předpokládáme běžné atmosférické podmínky a pak je možno využít vztah [Matějka, 1992]:

$$O_V = 0,05 \cdot c_x \cdot S_x \cdot V^2 \quad [\text{N}] \quad (P.15)$$

kde:

c_x [1] součinitel odporu vzduchu
 S_x [m²] čelní plocha vozidla
 V_x [km·h⁻¹] náporová rychlost dosazovaná v km/h

Součinitel odporu vzduchu c_x charakterizuje úroveň obtékání vzduchu kolem povrchu vozidla v podélném směru. Jeho stanovení je možno experimentálně ve zkušebním aerodynamickém tunelu.

Čelní plocha S_x je plocha pravoúhlého průřezu obrysu vozidla do roviny kolmé na osu x .

Charakteristické hodnoty obou veličin, použitelné pro výpočty jsou v tabulce Tab. 3.

Tab. 3: Charakteristické hodnoty veličin pro odpor vzduchu.

Vozidla	Typ	c_x [1]	S_x [m ²]
Kolejová		1,0	12
Silniční	OA	0,3	1,8
	NA	0,9	8
	AU	0,7	9
	Cyklista	0,55	0,58

Odpor zrychlení

Při změně rychlosti vozidla na něj působí setrvačné síly, které představují **odpor zrychlení**. Při změně rychlosti jednak celé vozidlo jako tuhé těleso zrychluje posuvným zrychlením a , a současně se musí roztáčet (měnit úhlovou rychlost) i všechny rotující součásti vozidla mechanicky (převodem) svázány s převodným ústrojím a koly. Pak můžeme odpor zrychlení O_a vyjádřit jako součet setrvačné síly působící na vozidlo jako celek O_{pos} a fiktivní síly přivedené na obvod kola, které je potřebná pro změnu úhlového zrychlení uvažovaných rotujících částí O_{rot} .

$$O_a = O_{pos} + O_{rot} \quad [\text{N}]$$

Pro základná výpočty můžeme vliv rotujících částí na celkový odpor zrychlení vyjádřit pomocí součinitele rotujících hmot δ .

$$O_{zr} = \delta \cdot m_v \cdot a \quad [\text{N}] \quad (P.16)$$

Pro výpočty je možno použít přibližných hodnot součinitele vlivu rotujících částí podle [Matějka, 1992], které jsou v tabulce Tab. P.3.

Tab. P.3: Hodnoty součinitel vlivu rotujících hmot δ .

Druh vozidel	i_{min}	i_{max}
osobní automobil	1,04 – 1,08	1,2 – 1,5
nákladní automobil		1,4 – 3,0
speciální automobil (terénní)		2,5 – 6,0
kolejová vozidla	hnací (lokomotivy)	tažená (vozy)
	1,1 – 1,3	1,04 – 1,08
vlak s hmotností nad 700 t	1,06	

Rovnováha podélných sil

Základní vnější síly, které působí na vozidlo, jsou zobrazeny na obrázku Obr. P.1.

Rovnováhu sil ve směru osy x je možné zapsat:

$$F_K - \sum O = 0$$

$$F_K - O_f - O_s - O_{vz} - O_a - O_t = 0 \quad [\text{N}] \quad (P.17a, b, c)$$

$$F_K = O_f + O_s + O_{vz} + O_a + O_t$$

Definice základní rovnice pohybu vozidla vychází z rovnováhy podélných sil působících na vozidlo podle předchozího. Rovnice vznikne dosazením vyjádření jednotlivých odporů do uvedené rovnováhy sil (P.10c). Pak dostaneme:

$$F_K = G_V \cdot f \cdot \cos \alpha + G_V \cdot \sin \alpha + 0,05 \cdot c_x \cdot S_x \cdot V^2 + \frac{G_V}{g} \cdot \delta \cdot a \quad [\text{N}] \quad (P.18)$$

Pro malé úhly sklonu vozovky α je možno tuto rovnice upravit:

$$F_K = G_V \cdot f + G_V \cdot s_{\%} \cdot 10^{-2} + 0,05 \cdot c_x \cdot S_x \cdot V^2 + \frac{G_V}{g} \cdot \delta \cdot a \quad [\text{N}] \quad (P.19)$$

Výkon vozidla

Při jízdě vozidla určitou rychlostí v musíme pro realizaci hnací síly F_K přivést na hnací kola **hnací výkon kol** P_K .

Z obecného vztahu pro výkon působící na těleso $P = F \cdot v$ [W] můžeme pro hnací výkon P_K psát:

$$P_K = F_K \cdot v \quad [\text{W}]. \quad (P.20)$$

Pro výpočet hnacího výkonu, potřebného pro překonání všech výše uvedených odporů pak dosazením ze vztahu (P.17c) a (P.19) dostaneme:

$$P_K = (O_f + O_s + O_{vz} + O_a + O_t) \cdot v \quad [\text{W}]$$

$$P_K = \left(G_V \cdot f \cdot \cos \alpha + G_V \cdot \sin \alpha + 0,05 \cdot c_x \cdot S_x \cdot V^2 + \frac{G_V}{g} \cdot \delta \cdot a \right) \cdot v \quad [\text{W}] \quad (P.21)$$

Výkon vozidlového motoru P_{SM} pak stanovíme jako součet potřebného hnacího výkonu P_K zvětšeného o vliv účinnosti převodného ústrojí η_c a příkonu potřebného pro pohon pomocných zařízení poháněných od spalovacího motoru P_{PZ} . Pak platí:

$$P_{SM} = P_K \cdot \frac{1}{\eta_c} + P_{PZ} \quad [\text{W}]$$

Běžné příkony periferních zařízení použitelné pro základní výpočty jsou uvedeny v tabulce Tab. P.4.

Tab. P.4. Běžné příkony pomocných zařízení.

Vozidlo	P_{PZ}
osobní automobil	$(0,08 \div 0,10) \cdot P_{SM}$
nákladní automobil, tahač	$0,15 \cdot P_{SM}$
hnací kolejové vozidlo (lokomotiva)	20 ÷ 60 kW

Příklady

Příklad P.1 - SV (A)

Určete i_{cmax} pro speciální SV (čistící vůz), kdy pro svou činnost potřebuje minimální konstantní rychlost $V_{min} = 7 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a max. výkon je při otáčkách motoru $n = 2500 \text{ min}^{-1}$. Poloměr hnaných kol $r_K = 0,45 \text{ m}$.

Vstupní proměnné	
$V_{min} := 7$	
$n := 2500$	
$r_K := 0,45$	
Obečně	$V := 3,6 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_K \cdot \frac{n}{60 \cdot i_c}$
$i_{cmax} := 3,6 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_K \cdot \frac{n}{60 \cdot V_{min}}$	$i_{cmax} = 60,5879$

Závěr

Pro požadovanou rychlost speciálního SV je hodnota $i_{cmax} = 60,6$.

Příklad P.2 - SV (A)

Jak se změní rychlost SV se stupňovou mechanickou převodovkou při změně jízdy na 4. rychlostní stupeň s $i_c = 4,0$ při otáčkách spalovacího motoru $n_M = 4000 \text{ min}^{-1}$ na jízdu na 5. rychlostním stupni s $i_c = 3,4$ při otáčkách spalovacího motoru $n_M = 3500 \text{ min}^{-1}$? Poloměr hnacích kol vozidla je $r_K = 0,3 \text{ m}$.

Definice vstupních hodnot:	
$i_{c4} := 4$	$i_{c5} := 3,4$
$n_{M4} := 4000$	$n_{M5} := 3500$
$r_K := 0,3$	
Postup výpočtu	
Ze vztahu pro kinematockou vazbu mezi motorem a koly (P.7):	
$V_4 := 3,6 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_K \cdot \frac{n_{M4}}{60 \cdot i_{c4}}$	$V_5 := 3,6 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_K \cdot \frac{n_{M5}}{60 \cdot i_{c5}}$
$V_4 = 113,0973$	$V_5 = 116,4237$

Závěr

Při přeřazení ze 4. na 5. rychlostní stupeň při zadaných otáčkách vozidlového motoru se rychlost vozidla zvýší z rychlosti $113,1 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ na rychlost $116,4 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

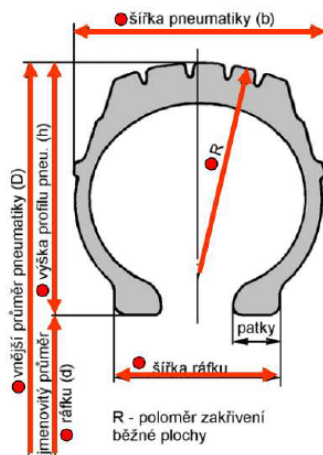
Příklad P.3 - SV (B)

Určete hodnotu minimálního převodového poměru převodného ústrojí i_{cmin} pro požadované parametry SV:

$$V_{\max} = 160 \text{ kmh}^{-1}$$

$$n_M(P_{\max}) = 5000 \text{ min}^{-1}$$

Rozměr hnačích kol: 195/65 R15.



Statický poloměr pneumatiky r_s se vypočítá:

$$r_s = \frac{D}{2} = \frac{d}{2} \cdot 25,4 \cdot b \cdot \frac{p}{100} \text{ [mm]}.$$

Výpočet poloměru kola

$$d := 15 \cdot 25,4$$

$$d = 381$$

$$r := \frac{d}{2}$$

$$r = 190,5$$

$$b := 195$$

$$h := b \cdot 0,65$$

$$h = 126,75$$

$$r_k := \frac{(r + h)}{1000}$$

$$r_k = 0,3172$$

Kinematická vazba obecně

$$V := 3,6 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_k \cdot \frac{n}{60 \cdot i_c}$$

$$i_{cmin} := 3,6 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_k \cdot \frac{n}{60 \cdot V_{max}}$$

$$i_{cmin} := 3,6 \cdot \pi \cdot 2 \cdot r_k \cdot \frac{n_M}{60 \cdot V_{max}}$$

$$i_{cmin} = 3,7375$$

Příklad P.4 - SV (B)

Určete potřebnou hnací sílu na kolech F_K pro jízdu SV o následujících parametrech:

$m_V = 1900 \text{ kg}$, $V = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $s = 5 \%$, $a = 1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $f = 0,011$, $c_x = 0,31$, $S_x = 1,9 \text{ m}^2$,
 $\delta = 0,04$.

Určete potřebný výkon vozidlového motoru P_{VM} pro $\eta_0 = 0,95$, $\eta_{pk} = 0,98$, příkon pomocných zařízení vozidla představuje 8 % požadovaného trakčního výkonu P_K .

Definice vstupních hodnot:

$$m_V := 1900$$

$$\eta_0 := 0,95$$

$$V := 90$$

$$\eta_{pk} := 0,98$$

$$s := 5$$

$$P_{PZ} := 0,08$$

$$a := 1,2$$

$$f := 0,011$$

$$c_x := 0,31$$

+

$$s_x := 1,9$$

$$\delta := 1,04$$

Rovnice pohybu SV:

$$F_K := O_f + O_s + O_{vz} + O_z$$

$$O_f := m_V \cdot 9,81 \cdot f$$

$$O_f = 205,029$$

$$O_s := m_V \cdot 9,81 \cdot \frac{s}{100}$$

$$O_s = 931,95$$

$$O_{vz} := 0,05 \cdot c_x \cdot s_x \cdot V^2$$

$$O_{vz} = 238,545$$

$$O_z := m_V \cdot a \cdot \delta$$

$$O_z = 2371,2$$

$$F_K = 3746,724$$

Výpočet výkonu:

$$P_K := F_K \cdot \frac{V}{3,6}$$

$$P_K = 93668,1$$

$$\eta_{PU} := \eta_0 \cdot \eta_{pk}$$

$$P_{PZ} := P_K \cdot P_{PZ}$$

$$P_{PZ} = 7493,448$$

$$P_{VM} := P_K \cdot \frac{1}{\eta_{PU}} + P_{PZ}$$

$$P_{VM} = 1,081 \cdot 10^5$$

Závěr

Potřebná hnací síla na kolech F_K pro jízdu SV za určených podmínek je 3746,7 N. Její velikost je nejvíce ovlivněna odporem zrychlení O_z .

Potřebný výkon na kolech (výkon pro trakci) P_K je 93,7 kW, výkon potřebný pro pohon pomocných zařízení $P_{PZ} = 7,5$ kW a pak potřebný výkon vozidlového motoru P_{VM} je 108,1 kW.

Příklad P.5 – SV (B)

Určete potřebný výkon motoru autobusu při jízdě konstantní rychlostí $V = 50$ km/h po rovině a do stoupání $s = 10$ %. Parametry vozidla jsou:

Hmotnost vozidla	m_V^+	16500 kg
Výška vozidla	v_V	2950 mm
šířka vozidla	s_V	2525 mm
součinitel odporu vzduch	c_x	0,7
součinitel odporu valení	f	0,010
účinnost převodného ústrojí	η_{PU}	0,92
součinitel vlivu rotujících hmot	δ	1,18

$m_V := 16500 \text{ kg}$	$c_x := 0,7$	$V := 50 \text{ kph}$
$v_V := 2950 \text{ mm}$	$f := 0,010$	$\eta_{FU} := 0,92$
$s_V := 2525 \text{ mm}$	$a := 0 \text{ g}_e$	$\delta := 1,18$

Výpočet

Společné hodnoty:

Tíha vozidla	$G_V := m_V \cdot g_e$	$G_V = 1,6181 \cdot 10^5 \text{ N}$
--------------	------------------------	-------------------------------------

Odpor valení	$O_f := G_V \cdot f$	$O_f = 1618 \text{ N}$
--------------	----------------------	------------------------

Odpor vzduchu	$S_x := v_V \cdot s_V$	$S_x = 7 \text{ m}^2$
---------------	------------------------	-----------------------

	$O_{vz} := 0,05 \cdot c_x \cdot S_x \cdot V^2$	$O_{vz} = 652 \text{ N}$
--	--	--------------------------

Odpor zrychlení	$O_a := m_V \cdot a \cdot \delta$	$O_a = 0$
-----------------	-----------------------------------	-----------

Stoupání:	$s_0 := 0$	$s_1 := 10$
-----------	------------	-------------

Odpor sklonu	$O_s := G_V \cdot \frac{s}{100}$	$O_{s0} = 0$	$O_{s1} = 16181 \text{ N}$
--------------	----------------------------------	--------------	----------------------------

Síla na obvodu kol	$F_K := O_s + O_f + O_{vz} + O_a$	$F_{K0} = 2270 \text{ N}$	$F_{K1} = 18451 \text{ N}$
--------------------	-----------------------------------	---------------------------	----------------------------

Výkon spalovacího motoru (bez PZ)	$P_{SM} := F_K \cdot \frac{V}{3,6} \cdot \frac{1}{\eta_{FU}}$	$P_{SM0} = 34267 \text{ W}$	$P_{SM1} = 2,78545 \cdot 10^5 \text{ W}$
-----------------------------------	---	-----------------------------	--

Potřebný výkon spalovacího motoru autobusu pro jízdu rychlostí 50 km/h po rovině je 34,267kW a pro jízdu do stoupání 10 ‰ je 278,545 kW.

Příklad P.6 – SV, KV (B)

Určete potřebný výkon motoru autobusu a motorového vozu při jízdě konstantní rychlostí 80 km/h po rovině při jejich plném obsazení. Průměrná hmotnost cestujících je 80 kg. Parametry vozidla jsou:

Motorový vůz ČD 810



Autobus SOR 12



Hmotnost prázdného MV	20000 kg	Hmotnost prázdného A	9760 kg
Výška MV	3510 mm	Výška A	2950 mm
šířka MV	3120 mm	šířka A	2525 mm
Součinitel odporu vzduchu c_x	0,8	Součinitel odporu vzduchu c^x	0,7
Počet cestujících v MV	55 osob	Počet cestujících v A	51 osob
Účinnost převodného ústrojí MV	0,91	Účinnost převodného ústrojí A	0,92
Součinitel odporu valení MV	0,002	Součinitel odporu valení A	0,010

$m_{Vmv} := 20000 \text{ kg}$		$m_{Va} := 9760 \text{ kg}$	
$v_{Vmv} := 3510 \text{ mm}$		$v_{Va} := 2950 \text{ mm}$	
$s_{Vmv} := 3120 \text{ mm}$	$n_{cest_mv} := 55$	$s_{Va} := 2525 \text{ mm}$	$n_{cest_a} := 51$
$c_{xmv} := 0,8$	$\eta_{PU_mv} := 0,91$	$c_{xa} := 0,7$	$\eta_{PU_a} := 0,92$
	$f_{mv} := 0,002$		$f_a := 0,010$
$V := 80 \text{ kph}$	$s_0 := 0$	$m_{pc} := 80 \text{ kg}$	
Výpočet:			
Odpor sklonu	$O_s := G_V \cdot \frac{s_0}{100}$		$O_s = 0$
Hmotnost cestujících			
	$m_{cest} := n_{cest} \cdot m_{pc}$	$m_{cest_mv} = 4400 \text{ kg}$	$m_{cest_a} = 4080 \text{ kg}$
Tíha vozidla	$G_V := (m_V + m_{cest}) \cdot g_e$	$G_{Vmv} = 2,39282 \cdot 10^5 \text{ N}$	$G_{Va} = 1,35724 \cdot 10^5 \text{ N}$
Odpor valení	$O_f := G_V \cdot f$	$O_{fmv} = 479 \text{ N}$	$O_{fa} = 1357 \text{ N}$
Čelní plocha	$S_x := v_V \cdot s_V$	$S_{xmv} = 11,0 \text{ m}^2$	$S_{xa} = 7,4 \text{ m}^2$
Odpor vzduchu	$O_{vz} := 0,05 \cdot c_x \cdot S_x \cdot v^2$	$O_{vzmv} = 2804 \text{ N}$	$O_{vza} = 1669 \text{ N}$
Síla na obvodu kol			
	$F_K := O_s + O_f + O_{vz} + O_a$	$F_{Kmv} = 3282 \text{ N}$	$F_{Ka} = 3026 \text{ N}$
Výkon spalovacího motoru (bez pomocných zařízení)			
	$P_{SM} := F_K \cdot \frac{V}{3,6 \cdot \eta_{PU}}$	$P_{SMmv} = 80148 \text{ W}$	$P_{SMa} = 73086 \text{ W}$
Závěr:			
Potřebný výkon spalovacího motoru obou vozidel je podobný, přestože hmotnost obsazených vozidel je značně rozdílná. Je to dáno především řádově nižší hodnotou součinitele odporu valení f pro motorový vůz (valení ocelové kolo po ocelové kolejnici).			

Variantně je možno výpočet provést v tabulkovém procesoru. Ten umožňuje přehlednější prezentaci výsledků výpočtu, ovšem na úkor jeho transparentnosti a přehlednosti – viz ukázka řešení níže.

	A	B	C	D	E	F	G
15					Motorový	Autobus	
16	Hmotnost prázdného vozidla [kg]		m_V		20000	9760	
17	Výška vozidla [mm]		v_V		3510	2950	
18	Šířka vozidla [mm]		s_V		3120	2525	
19	Součinitel odporu vzduchu [1]		c_x		0,8	0,7	
20	Počet cestujících [1]		n_c		55	51	
21	Účinnost převodného ústrojí [1]		η_{PU}		0,91	0,92	
22	Součinitek odporu valení [1]		f		0,002	0,01	
23							
24	Rychlost [km/h]		V		80	80	
25	Hmotnost cestujícího [kg]		m_c		80	80	
26							
27	Vypočtené hodnoty:						
28	Hmotnost cestujících [kg]		m_{cest}		4400	4080	
29	Tíha vozidla [N]		G		239364	135770	
30	Odpor valení [N]		O_f		479	1358	
31	Čelní procha vozidla [m ²]		S_x		11,0	7,4	
32	Odpor vzduchu [N]		O_{vz}		2804	1669	
33	Potřebná síla na obvodu kol [N]		F_K		3282	3026	
34	Výkon na obvodu kol [W]		P_K		72939	67249	
35	Výkon motoru [W]		P_M		80152	73097	
36					80,152	73,097	kW

Příklad P.7 - KV (A)

Železniční vůz jede výběhem ($F_K = 0$ N) po vodorovné koleji rychlostí $V = 5$ km.h⁻¹.
 Ve směru pohybu začne foukat vítr o rychlosti $V_v = 36$ km.h⁻¹. Jak se bude měnit rychlost pohybu vozu tj. jaké bude okamžité zrychlení vozu?

Vstupní parametry vozu:	
Počáteční rychlost vozu [km.h-1]:	V:=5
Rychlost větru [km.h-1]:	Vv:=36
Hmotnost vozu [kg]:	mV:=20000
Součinitel odporu vzduchu [1]:	cx:=1.1
Součet plochy aktivních čel vozu [m2]:	Sx:=16
Součinitel odporu valení [1]:	f:=0.002
Součinitel vlivu rotujících hmot [1]:	δ :=1.08

Soubor Upravit Zobrazení Vložit Výpočet Nástroje Listy nápověda Activate - ☰ ✕

Arial 10 B I U fx

Průmaslová doprava a logistika - oblast Pohyb vozidel

Příklad 3:

Železniční vůz jede výběhem (FK = 0) po vodorovné koleji rychlostí V = 5 km.h-1. Ve směru pohybu začne foukat vítr o rychlosti Vv = 36 km.h-1. Jak se bude měnit rychlost pohybu vozu tj. jaké bude okamžité zrychlení vozu?

Vstupní parametry vozu:

Počáteční rychlost vozu [km.h-1]:	V:=5
Rychlost větru [km.h-1]:	Vv:=36
Hmotnost vozu [kg]:	mV:=20000
Součinitel odporu vzduchu [1]:	cx:=1,1
Součet plochy aktivních čel vozu [m2]:	Sx:=16
Součinitel odporu valení [1]:	f:=0,002
Součinitel vlivu rotujících hmot [1]:	δ :=1,08

Výpočet:

Tíha vozu [N]: $GV := mV \cdot 9,81$ $GV = 1,962 \cdot 10^5$

Odpor valení [N]: $Of := GV \cdot f$ $Of = 392,4$

Náporová rychlost [km.h-1]: $Vn := Vv - V$ $Vn = 31$

Síla realizovaná zadním větrem [N]: $Fv := 0,05 \cdot cx \cdot Sx \cdot Vn^2$ $Fv = 845,68$

Okamžitá hodnota zrychlení [m.s-2]: $a := \frac{Fv - Of}{mV \cdot \delta}$ $a = 0,021$

Závěr:
 Za daných podmínek na vůz působí větší podélná síla ve směru pohybu než odpor proti pohybu, okamžitá hodnota zrychlení je větší než nula, vůz by zrychloval.

Počty

Matice

Boolean

Funkce

Grafy

Programování

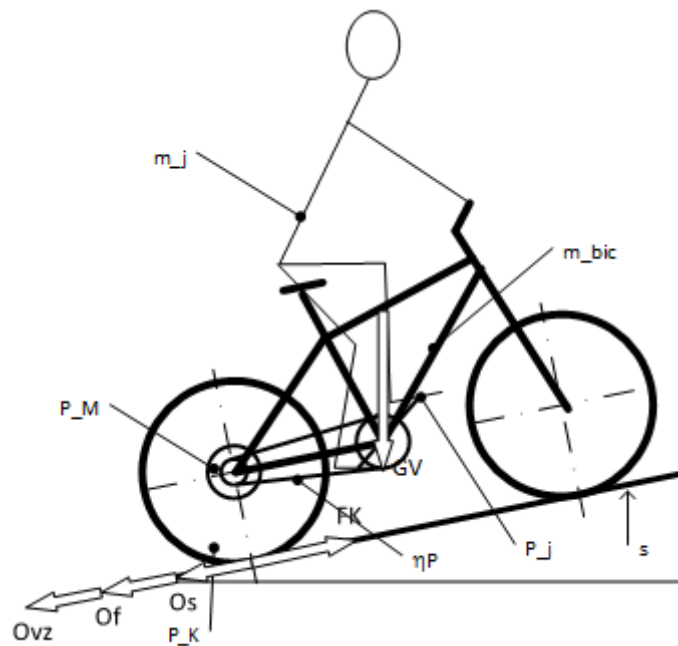
Symboly (e-o)

Symboly (A-Ω)

Příklad P.8 - SV (B)

Cyklista o hmotnosti $m_j = 80$ kg jede na elektrokole o hmotnosti $m_{bic} = 21$ kg. Elektrokolo má přímo poháněné zadní kolo elektromotorem o výkonu $P_M = 250$ W. Cyklista jede do stoupání $s = 10\%$ rychlostí $V = 10$ km/h. Určete, jak velkým výkonem P_j musí šlapat cyklista, aby při využití plného výkonu elektromotoru udržel uvedenou rychlost konstantní. Účinnost řetězového převodu je $\eta_P = 0,92$.

Ostatní parametry: Čelní plocha cyklisty s jízdním kolem $S_x = 0,58$ m², součinitel aerodynamického odporu $c_x = 0,55$, součinitel odporu valení $f = 0,015$.



Soubor Upravit Zobrazení Vložit Výpočet Nástroje Listy Nápověda Activate - ☰ ✕

Arial 10 B I U fx

Vstupní parametry: $c_x := 0,55$
 $v := 10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ $s_x := 0,58$
 $s := 10 \%$ $f := 0,015$
 $m_j := 80 \text{ kg}$ $\eta_P := 0,92$
 $m_{bic} := 21 \text{ kg}$ $P_M := 250 \text{ W}$

Postup výpočtu:

Tíha cyklisty s kolem $GV := (m_{bic} + m_j) \cdot 9,81 \text{ N}$ $GV = 990,81 \text{ N}$

Odpor stoupání $Os := GV \cdot \frac{s}{100} \text{ N}$ $Os = 99,081 \text{ N}$

Odpor valení (zjednodušeně) $Of := GV \cdot f \text{ N}$ $Of = 14,8622 \text{ N}$
 $Of_p := GV \cdot f \cdot \cos(5,7)$ $Of_p = 12,4$

Odpor vzduchu $Ovz := 0,05 \cdot c_x \cdot s_x \cdot v^2 \text{ N}$ $Ovz = 1,595 \text{ N}$

Potřebná hnací síly o obvodu kola
 $FK := Of + Ovz + Os \text{ N}$ $FK = 115,5382 \text{ N}$

Potřebný výkon na obvodu kola
 $PK := FK \cdot \frac{v}{3,6} \text{ W}$ $PK = 320,9393 \text{ W}$

Potřebný dodaný výkon na obdobě kola
 $\Delta P := PK - P_M \text{ W}$ $\Delta P = 70,9393 \text{ W}$

Výkon dodávaný cyklistou
 $P_j := \Delta P \cdot \frac{1}{\eta_P} \text{ W}$ $P_j = 77,1079 \text{ W}$

Závěr:
 Cyklista za uvedených podmínek musí dodat výkon 77.1 W působením vlastních svalů.

Počty

Maticie

Boolean

Funkce

Crafty

Programování

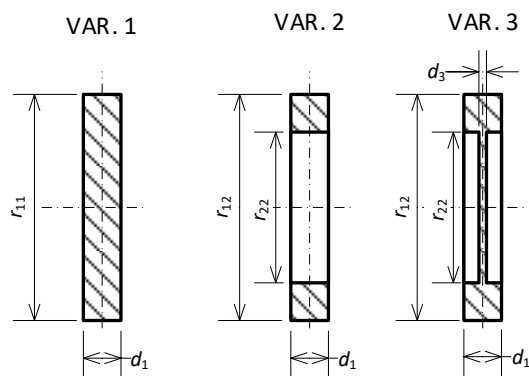
Symboly (a-o)

Symboly (A-O)

Příklad P.9 - SV (C)

Proveďte poměrové porovnání drah setrvačnickových autíček s různými tvary setrvačníků při stejné počáteční rychlosti a stejné hmotnosti autíčka m_0 bez setrvačníku.

Tvar setrvačníku: 1. disk, 2. tlustostěnný válec, 3. tlustostěnný válec s přepážkou podle obrázku.



Obr. P.9.1: Řešení setrvačnicků.

Postup řešení

Předpoklad: Tíhu autíčka ovlivňuje hmotnost setrvačnicku, převodový poměr mezi setrvačnickem a koly je stejný.

Zadání požaduje poměrové porovnání drah pohybu autíček, které je vyjádřeno:

$$l_{12} = \frac{l_1}{l_2}, l_{23} = \frac{l_2}{l_3}, l_{13} = \frac{l_1}{l_3} \quad (P.9.1)$$

Pro stanovení ujetých drah je možno použít zákon zachování energie, kdy práce vykonaná autíčkem je úměrná počáteční kinetické energii setrvačnicku:

$$A = E_K$$

$$F_x \cdot l = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 \quad [\text{J}] \quad (P.9.2)$$

kde:

F_x [N] výsledná podélná síla působící na autíčko

l [m] ujetá dráha autíčkem

J [kg·m²] moment setrvačnosti setrvačnicku

ω [rad·s⁻¹] úhlová rychlost setrvačnicku

Výsledná podélná síla působící na autíčko F_x vyplývá ze vztahu (P.17c) a následně (P.19).

Ze zadání vyplývá, že odpor vzduchu O_{vz} a odpor sklonu O_s je možno zanedbat. ostatní odpory jsou lineárně závislé na celkové hmotnosti autíčka v dané variantě. Při určitém zjednodušení pak vztah (P.19) je možno upravit:

$$F_K = (m_i + m_0) \cdot (g \cdot f + \delta \cdot a) = (m_i + m_0) \cdot k_o \quad [\text{N}] \quad (P.9.3)$$

kde k_o lze při malém zjednodušení považovat za konstantní hodnotu stejnou pro všechny varianty autíčka.

Pak poměrné vyjádření drah podle (P.9.1) a po vyjádření dráhy l ze vztahu (P.9.2) je pro var. 1 a var.2 :

$$\frac{(m_1 + m_0) \cdot k_o \cdot l_1}{(m_2 + m_0) \cdot k_o \cdot l_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot J_1 \cdot \omega^2}{\frac{1}{2} \cdot J_2 \cdot \omega^2} \quad [1] \quad (P.9.4)$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{\frac{J_1}{(m_1 + m_0)}}{\frac{J_2}{(m_2 + m_0)}} = \frac{(m_2 + m_0) \cdot J_1}{(m_1 + m_0) \cdot J_2}$$

pro ostatní varianty je možno poměr vyjádřit analogicky.

Momenty setrvačnosti pro jednotlivé varianty setrvačníků se vyjádří pro zjednodušení jako momenty jednoduchých rotačních těles podle obrázku Obr. P.9.1, kde vliv hřídele zanedbáme.

Pro var. 1, která představuje disk je momenty setrvačnosti J_1 :

$$J_1 = \frac{1}{2} m_1 \cdot r_{11}^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2], \quad (P.9.5)$$

kde hmotnost m_1 setrvačniku vypočteme pomocí objemu V_1 z geometrie tělesa a hustoty ρ materiálu:

$$m_1 = V_1 \cdot \rho = \pi \cdot r_{11}^2 \cdot d_1 \cdot \rho \quad [\text{kg}] \quad (P.9.6)$$

Pro var. 2, která představuje tlustostěnný válec je momenty setrvačnosti J_2 :

$$J_2 = \frac{1}{2} m_2 \cdot (r_{12}^2 + r_{22}^2) \quad (P.9.7)$$

$$m_2 = V_2 \cdot \rho = \pi \cdot (r_{12}^2 - r_{22}^2) \cdot d_1$$

Pro var. 3, která představuje tlustostěnný válec s diskovou se moment setrvačnosti J_3 vypočten jako součet momentu setrvačnosti podle var. 2 a momentu disku příčky:

$$J_3 = J_2 + J_{33} = \frac{1}{2} m_2 \cdot (r_{12}^2 + r_{22}^2) + \frac{1}{2} m_{33} \cdot r_{22}^2 \quad (P.9.8)$$

$$m_{33} = V_{33} \cdot \rho = \pi \cdot r_{22}^2 \cdot d_3$$

$$m_3 = m_2 + m_{33}$$

Vlastní výpočet je možno realizovat pomocí nástrojů typu MathCad. Pro zjednodušení realizace je výpočet bez uvedení jednotek. Jednotkou rozměrových parametrů je metr, hmotnosti v kg a hustota v $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, ostatní podle vyjádření výpočtových vztahů.

$$\begin{array}{lll} r_{11} := 0,015 & r_{12} := r_{11} & \rho := 7800 \\ r_{21} := 0 & r_{22} := 0,01 & m_0 := 0,05 \\ d_1 := 0,005 & d_2 := 0,005 & d_3 := 0,001 \end{array}$$

Parametry setvačnicku:

$$\begin{array}{ll} V_1 := \pi \cdot (r_{11})^2 \cdot d_1 & V_1 = 3,5343 \cdot 10^{-6} \\ \text{Objem:} & \\ V_2 := \pi \cdot \left((r_{12})^2 - (r_{22})^2 \right) \cdot d_1 & V_2 = 1,9635 \cdot 10^{-6} \\ V_{33} := \left(\pi \cdot (r_{22})^2 \right) \cdot d_3 & V_3 := V_2 + V_{33} \\ & V_3 = 2,9505 \cdot 10^{-6} \end{array}$$

Hmotnost:

$$\begin{array}{ll} m_1 := V_1 \cdot \rho & m_1 = 0,0276 \\ m_2 := V_2 \cdot \rho & m_2 = 0,0153 \\ m_{33} := V_{33} \cdot \rho & \\ m_3 := m_2 + m_{33} & m_3 = 0,023 \end{array}$$

Poměr hmotnosti setvačnicků:

$$\begin{array}{lll} m_{12} := \frac{m_1}{m_2} & m_{23} := \frac{m_2}{m_3} & m_{13} := \frac{m_1}{m_3} \\ & & m_{12} = 1,8 \\ & & m_{23} = 0,6655 \\ & & m_{13} = 1,1979 \end{array}$$

Momenty setvačností:

$$\begin{array}{ll} J_1 := \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (r_{11})^2 & J_1 = 3,1013 \cdot 10^{-6} \\ J_2 := \frac{1}{2} \cdot \left((r_{12})^2 + (r_{22})^2 \right) \cdot m_2 & J_2 = 2,4887 \cdot 10^{-6} \\ J_3 := \frac{1}{2} \cdot \left((r_{12})^2 + (r_{22})^2 \right) \cdot m_2 + \frac{1}{2} \cdot (r_{22})^2 \cdot m_{33} & J_3 = 2,8736 \cdot 10^{-6} \end{array}$$

Poměr momentů setvačností:

$$\begin{array}{lll} J_{12} := \frac{J_1}{J_2} & J_{23} := \frac{J_2}{J_3} & J_{13} := \frac{J_1}{J_3} \\ & & J_{12} = 1,2462 \\ & & J_{23} = 0,8661 \\ & & J_{13} = 1,0792 \end{array}$$

Poměrné porovnání drah:

$$\begin{array}{lll} l_{12} := \frac{(m_2 + m_0) \cdot J_1}{(m_1 + m_0) \cdot J_2} & l_{23} := \frac{(m_2 + m_3 + m_0) \cdot J_2}{(m_2 + m_0) \cdot J_3} & l_{13} := \frac{(m_2 + m_3 + m_0) \cdot J_1}{(m_1 + m_0) \cdot J_3} \\ & & l_{12} = 1,0493 \\ & & l_{23} = 1,1712 \\ & & l_{13} = 1,229 \end{array}$$

Závěr

Při porovnání ujetých drah autíček s jednotlivými variantami setrvačnicku je nejdelší dráha pro variantu 1, pak je variantu 3 a nejkratší dráha je pro variantu 2.

B Brzdění vozidel

Teoretický úvod

Průběh brzdění vozidel je můžeme popisovat pomocí grafického znázornění průběhu brzdného zpomalení nebo brzdné síly v závislosti na čase nebo na dráze. Pro vysvětlení následujících pojmů a další výpočty je výhodné průběh brzdění charakterizovat pomocí průběhu hodnoty brzdného zpomalení a_b v závislosti na čase podle obrázku Obr. B.1. Jako počátek procesu se považuje časový okamžik vzniku požadavku brzdění – okamžik vzniku vnějšího podnětu pro řidiče nebo obsluhu vozidla.

Průběh brzdění se možno rozdělit do několika etap, která jsou vymezené jednotlivými dobami:

t_r **reakční doba** – časový interval od vzniku podnětu pro brzdění řidičem do okamžiku zahájení silového působení na ovládací člen brzdy. Tato reakce řidiče je ovlivněna mnoho subjektivními faktory jako je soustředění, fyzická vybavenost řidiče, prostorové uspořádání ovládání brzdy apod. Pro řidiče vozidel se počítá s hodnotou této doby v intervalu $t_r \in \langle 0,7;1,3 \rangle$ s. V extrémních případech (velmi nepříznivé povětrnostní podmínky, nutnost vyhodnocení složité dopravní situace) může být až 3 s.

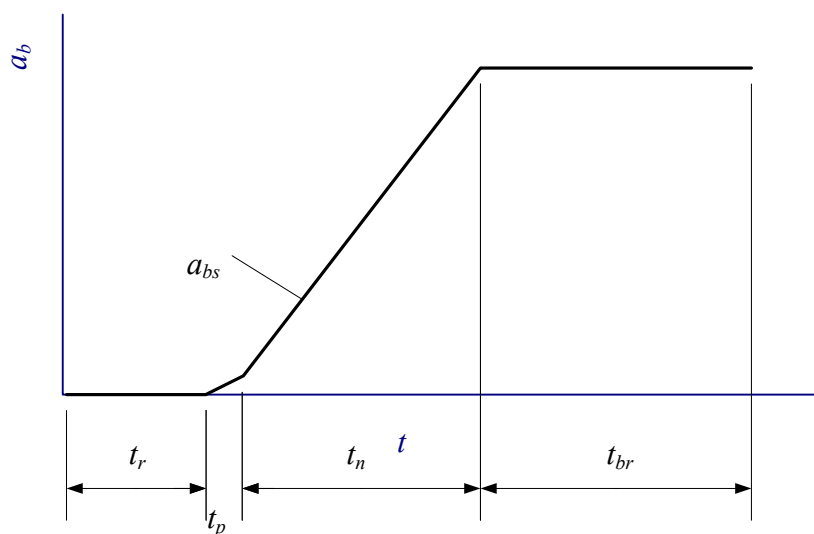
t_p **doba prodlevy** - časový interval od okamžiku zahájení silového působení na ovládací člen brzdy po okamžik začátku působení brzdné síly.

t_n **doba náběhu brzdění** - časový interval od okamžiku začátku působení brzdné síly po její ustálení na stanoveném hodnotě.

t_{br} **doba plného brzdného zpomalení**

t_u **doba účinného brzdění** je danou součtem t_n a t_{br} :

$$t_u = t_n + t_{br}$$

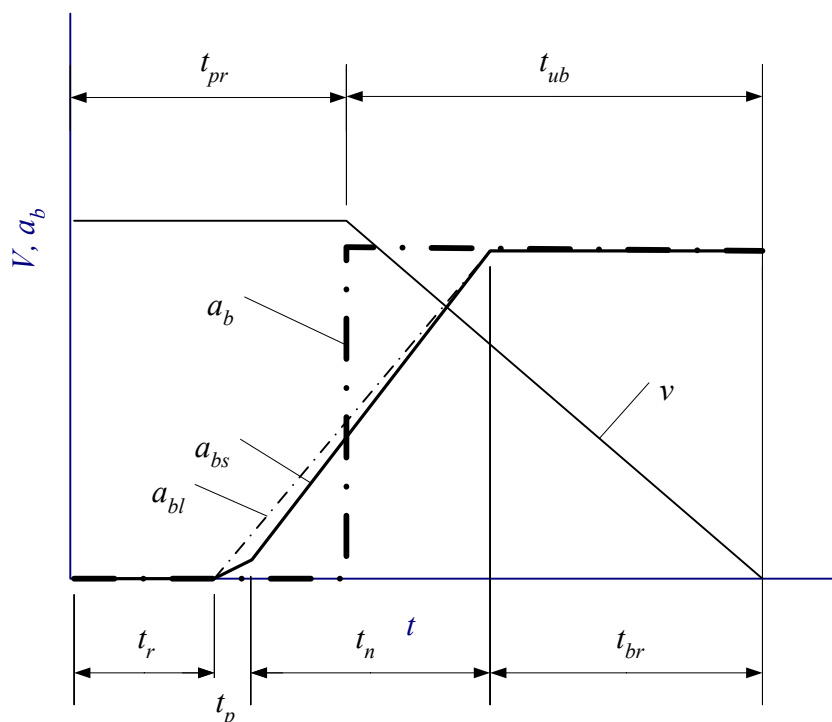


Obr. B.1: Teoretický průběh brzdění vozidla.

a_{bs} – skutečný průběh brzdného zrychlení.

Pro výpočty brzdných a zábrzdných drah je možno průběh brzdění podle obrázku Obr. B.1 zjednodušit pomocí linearizace jednotlivých částí průběhu. Průběh brzdění pak rozdělen na dva časové úseky – Obr. B.2:

Doba přípravy t_{pr} – po dobu jehož trvání se předpokládá, že brzdový systém neúčinkuje a průběh rychlosti odpovídá jízdě vozidla výběhem. Při určitém zjednodušení je možné předpokládat, že rychlost se nemění a odpovídá počáteční rychlosti brzdění v_0 . Její hodnota se stanoví podle vztahu (B1.2).



Obr. B.2: Zjednodušený průběh brzdění vozidla.

a_{bs} – skutečný průběh brzdného zrychlení, a_{bl} – linearizovaný průběh brzdného zrychlení, a_b zjednodušený (skoková změna) průběh brzdného zrychlení, v zjednodušený průběh rychlosti.

Doba úplného brzdění t_{ub} – po dobu tohoto časového intervalu působí konstantní hodnota brzdného zpomalení a_b . Její hodnota se stanoví podle vztahu (B1.3). Průběh rychlosti vozidla na čase je pak lineárně závislý.

$$t_{pr} = t_r + \frac{t_p + t_n}{2} \quad [\text{s}] \quad (\text{B1.2})$$

$$t_{ub} = \frac{t_p + t_n}{2} + t_{br} \quad [\text{s}] \quad (\text{B1.3})$$

U kolejových vozidel dobu $\frac{t_p + t_n}{2}$ označujeme jako **ekvivalentní dobu přípravy brzdy** a označujeme jako t_e .

Tab. BKV.1: Typické hodnoty dob průběhu brzdění vozidel.

Doba [s]	SV	KV	
t_r	<0,7;1,3>	<0,7;1,3>, extrémně až 3 s	
t_p	0,05 kapalinová brzda		

	0,15 vzduchová brzda	<3;5> rychle účinkující brzdy (osobní vlaky, rychlíky)	
t_n	0,15 kapalinová brzda 0,20 vzduchová brzda	<20;28> pomalu účinkující brzdy (nákladní vlaky do rychlosti 80 km·h ⁻¹)	
t_e		1,0 pro osobní vlaky při záchranném brzdění	

Brzdné a zábrzdné dráhy

Brzdná dráha představuje u vozidla dráhu, kterou urazí vozidlo při snižování rychlosti z rychlosti počáteční v_0 do rychlosti koncové v_I .

Zábrzdná dráha představuje u vozidla dráhu, kterou urazí vozidlo při snižování rychlosti z rychlosti počáteční v_0 do zastavení ($v_I = 0$ km·h⁻¹).

Přípravnou brzdnou dráhu vozidla je možno stanovit podle obrázku Obr. B.2:

$$l_{pr} = v_0 \cdot t_{pr} = v_0 \cdot \left(t_r + \frac{t_p + t_n}{2} \right) \quad [\text{m}] \quad (\text{B2.1})$$

Určení **dráhy úplného brzdění** l_{ub} rovnoměrně zpomaleného pohybu (platí, že $a_b = \text{konst.}$):

doba úplného brzdění z počáteční rychlosti v_0 je:

$$t_{ub} = \frac{v_0}{|a_b|} \quad [\text{s}] \quad (\text{B2.1a})$$

Dráha ujetá během úplného brzdění je:

$$l_{ub} = \int_0^{t_{ub}} (v_0 - |a_b| \cdot t) dt = v_0 \cdot t_{ub} - |a_b| \cdot \frac{t_{ub}^2}{2} \quad [\text{m}] \quad (\text{B2.1b})$$

Vyloučením času dosazením vztahu (B2.1a) dostaneme:

$$\begin{aligned} l_{ub} &= v_0 \cdot \frac{v_0}{|a_b|} - |a_b| \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{v_0}{|a_b|} \right)^2 = \frac{v_0^2}{|a_b|} - \frac{1}{2} \cdot |a_b| \cdot \frac{v_0^2}{|a_b|^2} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{|a_b|} \quad [\text{m}] \quad (\text{B2.1c}) \end{aligned}$$

Ze známé dráhy účinného brzdění do zastavení, např. měřením ze stop po brzdění na vozovce, je možno stanovit hodnotu středního brzdného zpomalení $a_{b_stř}$:

$$|a_{b_stř}| = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{l_{ub}} \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] \quad (\text{B2.1d})$$

Stanovení celkové **zábrzdné dráhy** l_b vozidel vychází z obrázku Obr. B.2.

$$\begin{aligned} l_b &= l_{pr} + l_{ub} = v_0 \cdot t_{pr} + v_0 \cdot t_{ub} - \frac{1}{2} |a_b| \cdot t_{ub}^2 = \\ &= v_0 \cdot t_{pr} + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{|a_b|} \end{aligned} \quad [\text{m}] \quad (\text{B2.2})$$

kde:

a_b	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$	brzdné zpomalení (z hlediska fyzikálního má zápornou hodnotu)
l_{pr}	$[\text{m}]$	přípravná dráha
l_{ub}	$[\text{m}]$	dráha účinného brzdění
t_{pr}	$[\text{s}]$	doba přípravná
t_{ub}	$[\text{s}]$	doba účinného brzdění
v_0	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$	počáteční rychlost brzdění

Ze vztahu (B2.2) je možno vyjádřit pro stanovenou zábrzdnu dráhu l_b potřebné brzdné zpomalení:

$$|a_b| = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{l_b - v_0 \cdot \left(t_r + \frac{t_p + t_n}{2} \right)} \quad [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] \quad (\text{B2.3})$$

Jiný způsob určení **dráhy úplného brzdění** l_{ub} využívá známé nebo předpokládané hodnoty brzdné síly F_b a vychází ze zákona zachování energie, kdy kinetická energie brzděných vozidel E_K se musí přeměnit na energii mechanickou (práci) E_M , realizovanou touto silou na obvodu brzdících kol.

$$E_K = E_M \quad [\text{J}] \quad (\text{B3.1})$$

$$\frac{1}{2} m_V \cdot \delta \cdot (v_0^2 - v_1^2) = F_b \cdot l_{ub} \quad [\text{J}] \quad (\text{B3.2})$$

kde:

m_V	[kg]	hmotnost brzděných vozidel
δ	[1]	součinitel vlivu rotujících hmot
l_{ub}	[m]	dráha účinného brzdění
v_0	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$	počáteční rychlost brzdění
F_b	[N]	brzdná síla vozidla realizovaná brzdou soustavou

Pak pro dráhu platí:

$$l_{ub} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_V \cdot \delta}{F_b} \cdot (v_0^2 - v_1^2) \quad [\text{m}], \quad (\text{B3.3})$$

V případě brzdění do zastavení je $v_1 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Skutečná výkonnost brzdových systémů jednotlivých typů vozidel při jejich schvalování do provozu se zjišťuje stanovenými zkouškami podle mezinárodních předpisů pomocí měření brzdných drah a průběhu rychlosti.

Omezení brzdné dráhy

Ze vztahu (B2.4) vyplývá, že dráha úplného brzdění je nepřímo úměrná dosažitelné brzdné síle F_b . Její omezení velikosti pak limitují tuto dráhu.

Vzhledem k adhezním vlastnostem dotyku kol s podložkou podle předchozích kapitol pro max. hodnot brzdné síly F_{bmax} platí:

$$F_{bmax} = G_{ab} \cdot \mu_b \quad (\text{B2.6})$$

kde:

G_{ab}	[N]	tíha vozidel připadající na brzděná kola
μ_b	[1]	součinitel adheze použitelný pro brzdění

Pak pro *minimální hodnotu* dráhy úplného brzdění platí:

$$l_{ub_min} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_V \cdot \delta}{G_{ab} \cdot \mu_b} \cdot (v_0^2 - v_1^2) \quad [\text{m}], \quad (\text{B2.7})$$

Pro výpočet hodnot dráhy úplného brzdění pro *nejméně příznivé adhezní podmínky* stanovují mezinárodní předpisy minimální hodnoty součinitele adheze:

pro silniční vozidla $\mu_{b_min} = 0,2$;

pro kolejová vozidla $\mu_{b_min} = 0,12$.

Pak pro *maximální hodnotu* dráhy úplného brzdění platí:

$$l_{ub_max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{m_V \cdot \delta}{G_{ab} \cdot \mu_{b_min}} \cdot (v_0^2 - v_1^2) \quad [\text{m}]$$

(B2.8)

Za předpokladu, že všechna kola jsou brzděna, tzn. že $G_{ab} = m_V \cdot g$ a při určitém zjednodušení je možno podle vztahu (B2.6) stanovit:

$$F_{b_max} = G_{ab} \cdot \mu_b = m_V \cdot \delta \cdot a_{b_max}$$

(B2.9)

Pak ze vztahu (B2.9) vyplývá vazba mezi maximálním brzdným zpomalením a adhezí:

$$m_V \cdot g \cdot \mu_b = m_V \cdot \delta \cdot a_{b_max}$$

$$a_{b_max} = \frac{\mu_b \cdot g}{\delta} \quad (B2.10)$$

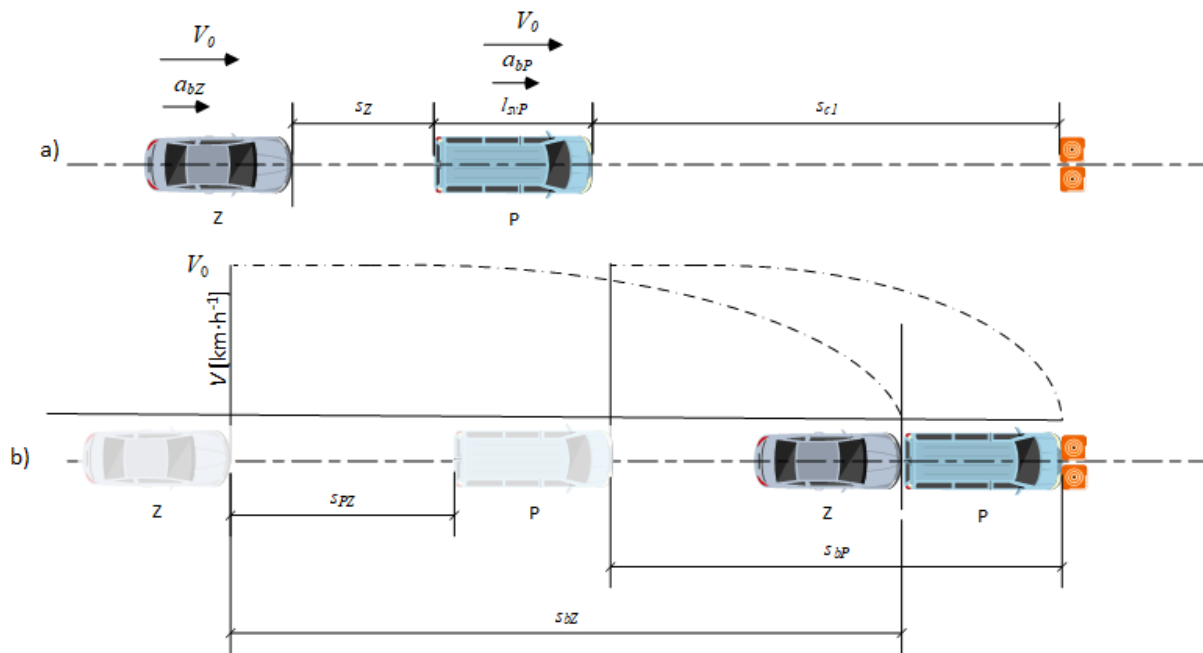
Příklady

Příklad B.1 - SV (B)

Dva osobní automobily jedoucí pro silnici pro motorová vozidla za sebou stejnou rychlostí $V_0 = 110 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ s odstupem 10 m. Řidič předního vozidla náhle upozoruje před vozidlem ve vzdálenosti $s_{cl} = 110 \text{ m}$ překážku a začne brzdit. Řidič zadního vozidla reaguje na rozsvícení brzdových světel předním jedoucím vozidlem (světla reagují na dotyk nohy řidiče na brzdový pedál) o délce vozidla $l_{svp} = 4 \text{ m}$. Oba řidiči mají reakční dobu $t_r = 0,8 \text{ s}$ a obě vozidla mají stejné hodnoty prodlevy brzdy $t_p = 0,1 \text{ s}$ a dobu náběhu brzdy $t_n = 0,2 \text{ s}$. [Vlk,2021, př. 31]

Vypočítejte:

- minimální brzdné zpomalení $|a_b|$ obou vozidel, aby nedošlo ke srážce s překážkou a k najetí vozidel na sebe;
- velikost minimálního odstavu – „teoretickou“ bezpečnou vzdálenost při jízdě - obou vozidel, jestliže max. možné zpomalení obou vozidel na daném povrchu vozovky odpovídá předpokládanému součiniteli adheze $\mu=0,65$.



Obr. B.3: Situace k příkladu 1.

Řešení je podle obrázku Obr. B.3.

- a) stanovení minimálního brzdné zpomalení vozidel vychází ze známe celkové zábrzdné dráhy vozidel.

Pro max. celkovou zábrzdnu dráhu předního vozidla platí podle vztahu (B2.2):

$$s_{c1} = v_0 \cdot \left(t_r + \frac{t_p + t_n}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0^2}{|a_b|} = 110 \text{ m} \quad (B2.11)$$

Brzdné zpomalení se vypočte z předchozího:

Pro přední vozidlo:

$$|a_{bP}| = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{110}{3,6} \right)^2}{110 - \frac{110}{3,6} \cdot \left(0,8 + \frac{0,1 + 0,2}{2} \right)} = 5,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Pro zadní vozidlo je zábrzdna dráha $s_{cZ} = s_{c1} - l_{svP} + s_Z$, doba reakce se skládá z doby reakce předního řidiče a doby reakce řidiče zadního vozidla, připočítává se pouze reakce brzdového systému zadního vozidla.

$$|a_b| = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{110}{3,6}\right)^2}{110 - 4 + 10 - \frac{110}{3,6} \cdot \left(2 \cdot 0,8 + \frac{0,1 + 0,2}{2}\right)} = 7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

b) pro obě vozidla se předpokládá součiniteli adheze $\mu=0,65$. Pokud zanedbáme vliv rotujících hmot $\delta=0$, pak max. dosažitelné brzdné zpomalení obou vozidla je podle (B2.10)

$$a_{b\max} = \frac{0,65 \cdot g}{1} = 6,38 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Pak zábrzdna dráha pro přední vozidlo:

$$s_{bP} = \frac{110}{3,6} \cdot \left(1 + \frac{0,1 + 0,2}{2}\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{110}{3,6}\right)^2}{6,38} = 102,2 \text{ m}$$

Pro zadní vozidlo:

$$s_{bZ} = \frac{110}{3,6} \cdot \left(1 + 1 + \frac{0,1 + 0,2}{2}\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{110}{3,6}\right)^2}{6,38} = 126,7 \text{ m}$$

Pro potřebný minimální bezpečnou vzdálenost obou vozidel:

$$s_{PZ} = s_{bZ} - s_{bP} + l_{svP} = 126,7 - 102,2 + 4,0 = 28,5 \text{ m}$$

Pro doplnění, jestli je mezi oběma řidiči časové odstup zahájení brzdění 0,8 s, dráha, kterou urazí zadní vozidlo po dobu reakce řidiče zadního vozidla je

$$s_{r2} = \frac{V_0}{3,6} \cdot t_{r2} = \frac{110}{2,6} \cdot 0,8 = 24,4 \text{ m}.$$

Závěr:

Aby nedošlo ke srážce předního vozidla s překážkou a vozidel mezi sebou musí být jeho minimální plné brzdné zpomalení $5,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ a druhého vozidla pak $7,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Minimální odstup („teoretická“ bezpečná vzdálenost) mezi vozidla musí být min. 28,5 m. Toto porovnejte s informacemi, které poskytují o bezpečné vzdálenosti odborné zdroje (ujetá dráha za 2 s)

Ukázka detailního řešení pomocí matematického nástroje typu MatLab je na obrázku Obr. BV4.

Soubor Upravit Zobrazení Vložit Výpočet Nástroje Listy nápověda Activate - ☒ ×

$t_r := 0,8$
 $t_p := 0,1$
 $t_n := 0,2$
 $l_1 := 110$
 $\mu := 0,65$
 $v_0 := 110$

$l_{svp} := 4$
 $s_{c1} := 110$
 $s_z := 10$
 $l_2 := 100 + 10$

ad a)

$$a_{bP} := \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{v_0}{3,6}\right)^2}{s_{c1} - \frac{v_0}{3,6} \cdot \left(t_r + \frac{(t_p + t_n)}{2}\right)} \quad a_{bP} = 5,7652$$

$$a_{bZ} := \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{v_0}{3,6}\right)^2}{\left(s_{c1} - l_{svp} + s_z\right) - \frac{v_0}{3,6} \cdot \left(2 \cdot t_r + \frac{(t_p + t_n)}{2}\right)} \quad a_{bZ} = 7,4658$$

ad b)

$$a_{bmax} := \frac{\mu \cdot 9,81}{1} \quad a_{bmax} = 6,3765$$

$$s_{bP} := \frac{v_0}{3,6} \cdot \left(t_r + \frac{(t_p + t_n)}{2}\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{v_0}{3,6}\right)^2}{a_{bmax}} \quad s_{bP} = 102,2374$$

$$s_{bZ} := \frac{v_0}{3,6} \cdot \left(2 \cdot t_r + \frac{(t_p + t_n)}{2}\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{v_0}{3,6}\right)^2}{a_{bmax}} \quad s_{bZ} = 126,6818$$

$$s_{pZ} := s_{bZ} - s_{bP} + l_{svp} \quad s_{pZ} = 28,4444$$

$$s_{r2} := \frac{v_0}{3,6} \cdot t_r \quad s_{r2} = 24,4444$$

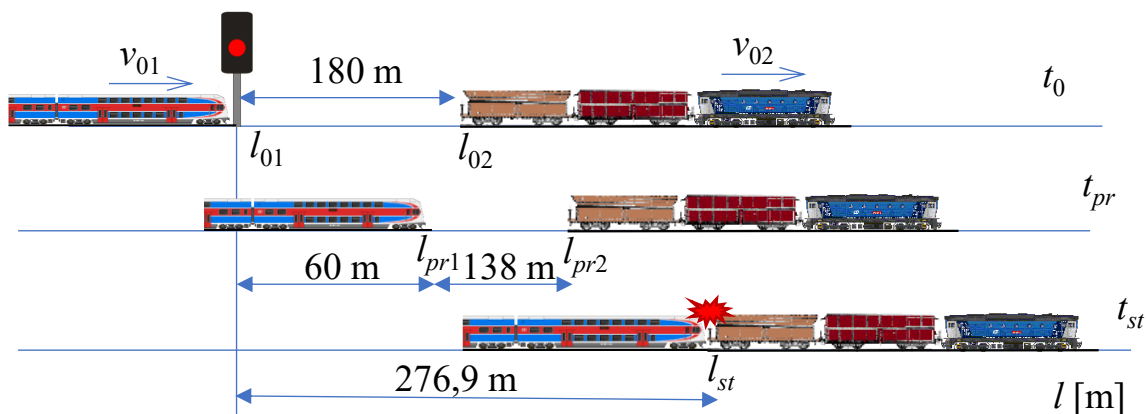
Obr. B.4: Řešení pohybu SV z příkladu 1 pomocí nástroje typu MatLab.
(Zvoleno řešení bez jednotek.)

Příklad B.2 - KV (C)

Strojvedoucí vlaku jedoucího rychlostí $v_{01} = 30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ projel kolem návěstidla v poloze STŮJ, svou chybu si uvědomil a začal rychločinně brzdit s konstantním úplným brzděním zpomalením $a_{b1} = 1,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. V okamžiku průjezdu vlaku 1 kolem návěstidla se na stejné koleji nacházel jiný vlak jedoucího stejným směrem rychlostí $v_{02} = 9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, jehož konec se nacházel ve vzdálenosti $l_{02} = 180 \text{ m}$ od čela 1. vlaku. Reakční doba strojvedoucího $t_r = 1 \text{ s}$, ekvivalentní doba náběhu brzdy vlaku 1 je $t_{e1} = 1 \text{ s}$.

- Zjistěte, jaká by byla zábrzdňá dráha a doba brzdění do zastavení 1. vlaku na volné trati;
- Zjistěte, zda brzdění vlaku 1 zabrání střetu. Jestliže ke střetu dojde, pak určete dále:
 - za jakou dobu od začátku brzdění nastal střet;
 - jakou dráhu ještě ujel vlak 1 do střetu;
 - jakou rychlost měl vlak 1 v okamžiku střetu;

Postup řešení



Obr. B.5: Znázorněné pohyby vlaků.

Pro výpočet požadovaných veličin použijeme postupné řešení.

ad a)

Průběh brzdění vlaku 1 vyhází z obrázku Obr. B.5. Pohyb vlaku se skládá dráhy ujeté po dobu přípravy brzdy t_{pr1} , kde vlak jede konstantní počáteční rychlostí v_{01} a doby úplného brzdění t_{ub1} , kdy vlak zpomaluje rovnoměrně zpomalených pohybem, tj brzděné zpomalení a_{b1} je konstantní.

Celkovou zábrzdňou dráhu vlaku 1 l_{z1} za daného předpokladu vypočteme podle vztahu (B2.2):

$$l_{z1} = 30 \cdot (1 + 1) + \frac{1}{2} \cdot \frac{30^2}{|-1,2|} = 435 \text{ m}$$

Celkovou dobu brzdění t_{z1} za daného předpokladu vypočteme podle (B1.3) a (B2.1a):

$$t_{z1} = 1 + 1 + \frac{30}{|1,2|} = 27 \text{ s}$$

ab b)

Vzdálenost mezi předním čelem vlaku 1 a zadním čelem vlaku 2 v čase t_0 průjezdu kolem návěstidla – viz obrázek Obr. BKV.17. – je:

$$l_{0_{-21}} = l_{02} - l_{01} = 180 - 0 = 180 \text{ m}$$

Průběh brzdění vlaku 1 vyhází z obrázku Obr. B.5. Pohyb vlaku se skládá dráhy ujeté po dobu přípravy brzdy t_{pr1} , kde vlak jede konstantní počáteční rychlostí v_{01} a doby úplného brzdění t_{ub1} , kdy vlak zpomaluje rovnoměrně zpomalených pohybem, tj brzdné zpomalení a_{b1} je konstantní. Vlak 2 se pohybuje po celou dobu děje konstantní rychlostí v_{02} .

Době přípravy brzdy 1. vlaku je:

$$t_{pr1} = t_{r1} + t_{e1} = 1 + 1 = 2 \text{ s}$$

Vzdálenost mezi čely vlaků po uplynutí doby přípravy brzdy t_{pr1} :

$$\begin{aligned} l_{ie21} &= l_{pr2} - l_{pr1} = \\ &= l_{02} + v_{02} \cdot t_{pr1} - (l_{01} + v_{01} \cdot t_{pr1}) \quad [\text{m}] \end{aligned}$$

$$l_{ie21} = 180 + 9 \cdot 2 - (0 + 30 \cdot 2) = 138 \text{ m}$$

Ke středu dojde, jestliže v čase t_{ub1} [s] je vzdálenost mezi čely vlaků stane nulová, Pak:

$$\begin{aligned} l_{ie21} + l_{ub2} - l_{ub1} &= 0 \\ l_{ie21} + v_{02} \cdot t_{ub1} - \left(v_{01} \cdot t_{ub1} + \frac{1}{2} \cdot a_{b1} \cdot t_{ub1}^2 \right) &= 0 \quad [\text{m}] \end{aligned}$$

Určení doby účinného brzdění do střetu je řešením kvadratické rovnice. Po dosazení:

$$-\frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot t_{ub1}^2 - (9 - 30) \cdot t_{ub1} - 138 = 0 \text{ m}$$

$$t_{ub1} = \frac{(-21) \pm \sqrt{(-21)^2 - 4 \cdot 0,6 \cdot -138}}{-2 \cdot 0,6} = \left\{ \begin{array}{l} 8,8 \\ 26,2 \end{array} \right\} \text{ s}$$

Výsledek řešení kvadratické rovnice jsou dva reálné kořeny, tzn., že předchozí podmínka je splněna a střetu vlaků dojde.

ad c)

Jako výsledek řešení kvadratické rovnice bude relevantní menší z vypočtených hodnot doby úplného brzdění.

Celková doba t_{cb1} brzdění vlaku 1 do srážky je pak:

$$\begin{aligned}t_{cb1} &= t_{pr1} + t_{ub1} = t_{r1} + t_{e1} + t_{ub1} \\ &= 1 + 1 + 8,8 = 10,8 \text{ s}\end{aligned}$$

ad d)

Ujetá dráha vlaku 1 do střetu (poloha zadního čela vlaku 2 v okamžiku střetu) je:

$$\begin{aligned}l_{st} &= l_{02} + v_{02} \cdot t_{cb1} = \\ &= 180 + 9 \cdot 10,8 = 277,0 \text{ m}\end{aligned}$$

ad e)

Rychlost vlaku 1 v okamžiku střetu s vlakem 2:

$$\begin{aligned}v_1 &= v_{01} - a_{v1} \cdot t_{ub1} = \\ &= 30 - 1,2 \cdot 10,8 = 19,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_1 &= 3,6 \cdot v_1 = \\ &= 3,6 \cdot 19,5 = 70,1 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}\end{aligned}$$

Variantní řešení

Pro stanovení hledaných parametrů je možno vedle analytického řešení také použít numerického modelování a běžně dostupném prostředí tabulkového procesoru.

Pro model a jeho znázornění je použito porovnání polohy vztažných bodů obou vlaků (čelo vlaku č. 1 a konec vlaku č. 2) v závislosti na čase. Jako výchozí bod polohy v modelu je stanovena poloha návěstidla a počáteční čas je okamžik průjezdu vlaku č. 2 kolem tohoto návěstidla.

Průběh polohy začátku vlaku č. 1 $l_1(t)$ v závislosti na čase vychází ze vztahu (B.2.2):

$$\begin{aligned}l_1(t) &= v_{01} \cdot t \Big|_{t \leq t_{pr}} \\ l_1(t) &= v_{01} \cdot t + \frac{a_{b1}}{2} \cdot t^2 \Big|_{t > t_{pr}} \quad [\text{m}]\end{aligned}$$

Znázorněním je přímkový průběh s navazujícím průběhem parabolickým – viz průběh $l_1(t)$ [m] v grafu na Obr. BV 6.

Průběh polohy konce vlaku č. 2 $l_2(t)$ v závislosti na čase vychází ze vztahu pro rovnoměrný pohyb:

$$l_2(t) = l_0 + v \cdot t \text{ [m]}$$

Znázorněním je přímkový průběh – viz průběh $l_2(t)$ [m] v grafu na Obr. BV 6.

Kritériem pro numerické řešení je posouzení společných bodů obou průběhů. Průběhy se protnou v daném čase t , pokud bude platit:

$$\Delta l(t) = l_2(t) - l_1(t) = 0 \text{ [m]}$$

Základem modelu je tabelární zpracování průběhů poloh vztažných bodů vlaků v Tab. B.1, kde je připojen výpočet průběhů rychlostí obou vlaků v_1 a v_2 . Grafické zobrazení je na Obr. B.6.

Tab. B.1: Tabelární řešení modelu.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	t [s]	$l_1(t)$ [m]	$l_2(t)$ [m]	$\Delta l(t)$ [m]	v_1 [ms^{-1}]	v_2 [ms^{-1}]		Vstupní hodnoty:		
2	0,0	0,0	180,0	180,0	30,0	9,0		v_{01}	30	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
3	1,0	30,0	189,0	159,0	30,0	9,0		a_{B1}	-1,2	$\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
4	2,0	60,0	198,0	138,0	30,0	9,0		v_{02}	9	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
5	3,0	89,4	207,0	117,6	28,8	9,0		l_{te21}	138	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
6	4,0	117,6	216,0	98,4	27,6	9,0		t_r+t_e	2	s
7	5,0	144,6	225,0	80,4	26,4	9,0		l_0	180	m
8	6,0	170,4	234,0	63,6	25,2	9,0				
9	7,0	195,0	243,0	48,0	24,0	9,0				
10	8,0	218,4	252,0	33,6	22,8	9,0				
11	9,0	240,6	261,0	20,4	21,6	9,0				
12	10,0	261,6	270,0	8,4	20,4	9,0				
13	11,0	281,4	279,0	-2,4	19,2	9,0				
14	12,0	300,0	288,0	-12,0	18,0	9,0				
15	13,0	317,4	297,0	-20,4	16,8	9,0				
16	14,0	333,6	306,0	-27,6	15,6	9,0				
17	15,0	348,6	315,0	-33,6	14,4	9,0				
18	16,0	362,4	324,0	-38,4	13,2	9,0				
19	17,0	375,0	333,0	-42,0	12,0	9,0				
20	18,0	386,4	342,0	-44,4	10,8	9,0				
21	19,0	396,6	351,0	-45,6	9,6	9,0				
22	20,0	405,6	360,0	-45,6	8,4	9,0				
23	21,0	413,4	369,0	-44,4	7,2	9,0				
24	22,0	420,0	378,0	-42,0	6,0	9,0				
25	23,0	425,4	387,0	-38,4	4,8	9,0				
26	24,0	429,6	396,0	-33,6	3,6	9,0				
27	25,0	432,6	405,0	-27,6	2,4	9,0				
28	26,0	434,4	414,0	-20,4	1,2	9,0				
29	27,0	435,0	423,0	-12,0	0,0	9,0				
30	28,0	434,4	432,0	-2,4	-1,2	9,0				
31	29,0	432,6	441,0	8,4	-2,4	9,0				

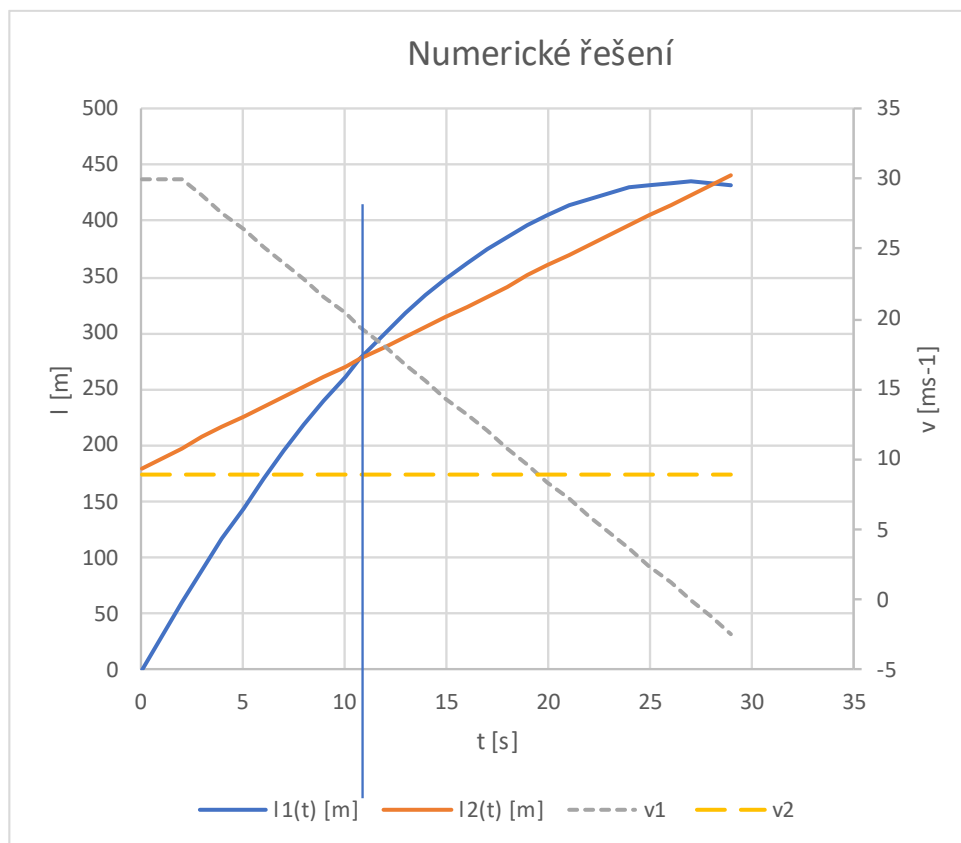
ad a)

Zábrzdňá dráha vlaku č. 1 za daných podmínek, tj. teoretická poloha čela vlaku při dosažení nulové rychlosti $v_1(t) = 0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ je 435 m (viz řádek 29 tabulky). Tomu odpovídá doba brzdění $t = 27 \text{ s}$.

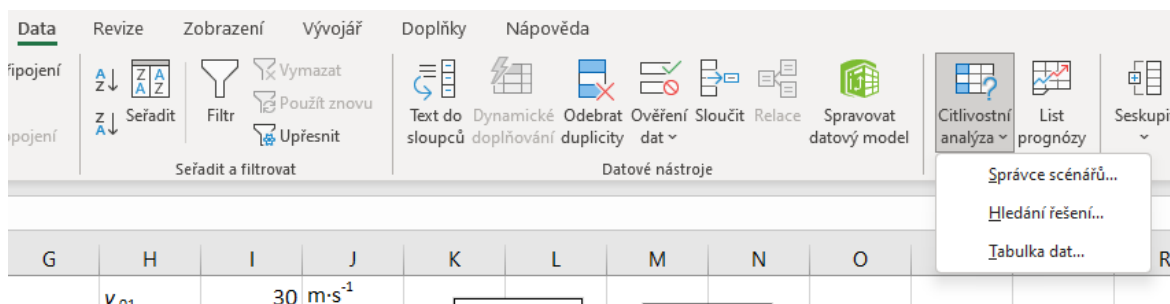
ad b)

Z průběhu grafického znázornění poloh vztažných bodů vlaků, že se tyto protínají (kriteriální podmínka $\Delta l(t)$ mění znaménko). Z toho plyne, že za daných vstupních podmínek ke střetu dojde.

Pro zvolený časový krok $\Delta t = 1 \text{ s}$ není možno z tabulkového ani grafického zobrazení přímo určit požadované parametry. Pro jejich stanovení proto použijeme numerického nástroje, který nabízí tabulkový procesor Excel a to je nástroj „Hledání řešení“, která je záložce Data – viz Obr. B.7.



Obr. B.6: Grafické znázornění numerického modelu.



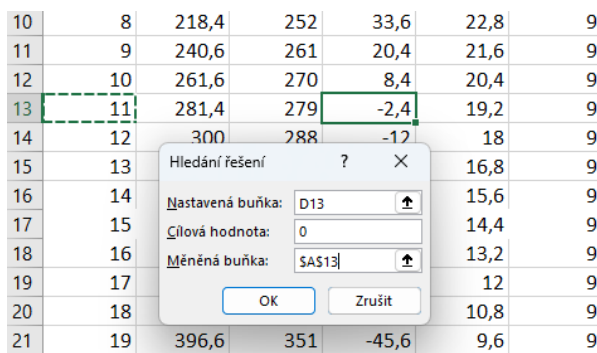
Obr. B.7. Nástroj „Hledání řešení“.

V tomto nástroji se zadávají tři parametry - viz Obr. B.8:

Nastavená buňka – odkaz na buňku, které je vztah pro hledanou cílovou hodnotu, v našem případě $\Delta l = 0$. Vybereme takový řádek, ve kterém se současná hodnota nejvíce blíží požadované cílové hodnotě (řádek 13).

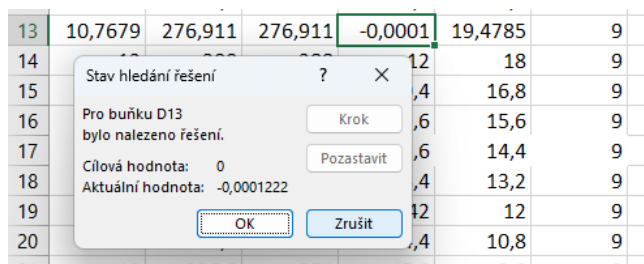
Cílová hodnota – požadovaná výsledná hodnota, tj. rovno 0.

Měněná buňka – odkaz na buňku, ze které se cílová hodnota vypočítává, v tomto případě hledáme čas, pro který hledáme požadovanou hodnotu kritéria $\Delta l = 0$.



Obr. B.8: Parametry nástroje „Hledání řešení“.

Po ukončení zadání procesor spustí numerické řešení a zobrazí výsledný stav řešení – Obr. B.9. Výslednou hodnotu uloží do buňky „Měněná hodnota“, tj. A13. Pro tuto hodnotu se přepočítají všechny vztahy, kterých se tato buňka účastní.



Obr. B.9: Hlášení nalezení řešení.

Z uvedeného numerického řešení modelu vyplývá (řádek 13):

- ad c) že ke střetu dojde v čase $t = 10,8$ s;
ad d) že vlak č. 1 ujede do střetnutí dráhu 276,9 m;
ad d) vlak č. 1 bude mít při střetnutí rychlost $19,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Závěr:

Ke střetu vlaků dojde, protože řešením kvadratické rovnice pro dobu střetu je reálné číslo. Střet vlaků nastane v čase 10,8 s od průjezdu vlaku 1 kolem návěstidla. Střet nastane ve vzdálenosti 276,9 m od návěstidla. Rychlost vlaku 1 v okamžiku střetu se zadním čelem vlaku 2 bude $70,1 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

Pro řešení byly použity dvě varianty, a to postupné analytické řešení a řešení pomocí modelu s numerickým řešením. Výsledky obou řešení jsou totožná, proto výsledky řešení lze považovat za správné.

Použitá a doporučená literatura

JÍRA, Josef; MICKA, Michal a PUCHMAJER, Pavel. *Kinematika a dynamika v dopravě: příklady*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01-02897-6.

MATĚJKA, Rostislav. *Vozidla silniční dopravy I*. 2. preprac. vyd. Bratislava: Alfa, 1990. ISBN 80-05-00392-7.

ŠIROKÝ, Jaromír. *Mechanika v dopravě I: kolejová vozidla*. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2004. ISBN 80-248-0536-7.

ŠIROKÝ, Jaromír. *Mechanika v dopravě II: příklady*. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, 2006. ISBN 80-248-1252-5.

VLK, František. *Úlohy z dynamiky motorových vozidel: výkon vozidla, brzdné vlastnosti, kmitání, říditelnost a ovladatelnost*. Brno: F. Vlk, 2001. ISBN 80-238-6574-9.

VLK, František. *Dynamika motorových vozidel*. 2. vyd. Brno: F. Vlk, 2003. ISBN 80-239-0024-2.



17. LISTOPADU 2172/15

708 00 OSTRAVA-PORUBA

univerzita@vsb.cz

www.vsb.cz

Transformace formy a obsahu
vysokoškolského vzdělávání
na VŠB-TUO